

**DANILO DA SILVA CAMPOS**

**INTEGRAÇÃO DOS PROBLEMAS DE  
CARREGAMENTO E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM  
JANELA DE TEMPO E FROTA HETEROGÊNEA**

**São Paulo  
2008**

**DANILO DA SILVA CAMPOS**

**INTEGRAÇÃO DOS PROBLEMAS DE  
CARREGAMENTO E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS  
COM JANELA DE TEMPO E FROTA HETEROGÊNEA**

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo para obtenção do título de Doutor em  
Engenharia

**São Paulo  
2008**

**DANILO DA SILVA CAMPOS**

**INTEGRAÇÃO DOS PROBLEMAS DE  
CARREGAMENTO E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS  
COM JANELA DE TEMPO E FROTA HETEROGÊNEA**

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo para obtenção do título de Doutor em  
Engenharia

Área de Concentração:  
Engenharia de Produção

Orientador:  
Prof Dr Hugo T. Yoshida Yoshizaki

**São Paulo**  
**2008**

## DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado aos meus pais:  
Inez e José Geraldo

## **AGRADECIMENTOS**

Aos amigos da Klabin: Reinoldo Poernbacher, José Geraldo Antunes, Gabriella Michelucci e Sérgio Joveleviths e por terem confiado em nosso trabalho e pelo apoio para que este se transformasse em uma realidade na prática.

Aos amigos da Neolog. Em especial, ao Rui Hayashi e ao Carlos Giordano pelo apoio computacional e dedicação. Ao Alexandre Papassoni, Leonardo Freitas e Marina Bianchi, pelo suporte sempre que precisei. A todos desta empresa que sempre me apoiaram direta ou indiretamente.

Ao professor Hugo Yoshizaki por ter me aceito no programa de doutorado e me apoiado ao longo deste período. Em especial, agradeço suas dicas e orientações para estruturação e organização desta tese.

Ao professor Reinaldo Morabito por ter me orientado nos primeiros passos do problema estudado e estimulado a vivenciar o mundo dos “cortadores e empacotadores”.

Aos professores Vinícius Armentano e Marcos Arenales pelas análises e comentários na qualificação, que em muito me ajudaram a melhorar o nível deste trabalho.

Ao colega Olinto Araújo, que apesar do pouco me conhecer me ajudou bastante pela internet com envio de dados e dicas sobre seu trabalho.

*"Enquanto houver gelo, há esperança"*  
(anônimo)

## RESUMO

Este trabalho aborda um problema ainda não explorado na literatura denominado 3L-FSMVRPTW (*three-dimensional loading fleet sizing and mix vehicle routing problem with time windows*), que compreende resolver simultaneamente o roteamento e carregamento tridimensional de veículos considerando frota heterogênea e janela de tempo. Foi desenvolvido um algoritmo específico para resolver o problema, denominado 3DC. Neste algoritmo foram introduzidas algumas inovações, entre elas, um novo operador de busca local (*k-IntensiveSwap*) e uma nova heurística de carregamento de contêiner. O algoritmo foi comparado aos melhores resultados disponíveis na literatura para problemas particulares ao apresentado. Houve bom desempenho no caso do CLP (*container loading problem*), bom resultado na redução do tamanho de frota no caso do 3L-VRP (*three-dimensional loading vehicle routing problem*) e desempenho superior ao problema mais complexo estudado, o 3L-VRPTW (*three-dimensional loading vehicle routing problem with time windows*). Finalmente, apresentou-se um conjunto de avaliação, instâncias e soluções, para o problema completo com frota heterogênea e janela de tempo.

Palavras-chave: Problema de roteamento de veículos. Problema de carregamento de contêineres. Otimização. Heurística. Busca local.

## ABSTRACT

This work presents a problem not treated yet on the literature referenced as 3L-FSMVRPTW (*three-dimensional loading fleet sizing and mix vehicle routing problem with time windows*), which deals simultaneously with vehicle routing and its three-dimensional loading considering heterogeneous fleet and time windows. The algorithm developed for the specific problem is called 3DC. This algorithm introduces a new local search operator called *k-IntensiveSwap* and a new container loading heuristic. The results are compared with the best-known results from literature for particular problems embedded on the general problem presented. The quality of solution was good in comparison other methods for CLP (*container loading problem*), it has good results in terms of reduction fleet sizing in the case of 3L-VRP (*three-dimensional loading vehicle routing problem*) and as for 3L-VRPTW (*three-dimensional loading vehicle routing problem with time windows*) the performance was very superior. Finally, it is presented a solution set as benchmark for future comparison with the general problem, with heterogeneous fleet.

Palavras-chave: Vehicle routing problem. Container loading problem. Optimization. Heuristics. Local search.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: roteiro de entrega somente considerando peso.....	4
Figura 2: carga com 10 caixas (sem tombamento).....	5
Figura 3: carga com 15 caixas (com possibilidade de tombamento).....	5
Figura 4: nova solução considerando as dimensões de veículo e carga .....	6
Figura 5: interpretação do algoritmo de economias .....	30
Figura 6: combinação de tipo I com tipo II.....	33
Figura 7: combinação de tipo II com tipo II.....	34
Figura 8: Operador 2-opt - os arcos $(i, i+1)$ e $(j, j+1)$ são trocadas por $(i, j)$ e $(i+1, j+1)$ , dessa forma é invertida a direção dos clientes entre $i+1$ e $j$ .....	41
Figura 9: operador Or-opt - os clientes $i$ e $i+1$ são realocados para serem atendidos entre os clientes $j$ e $j+1$ . Isto é promovido pela troca de $(i-1, i)$ , $(i+1, i+2)$ e $(j, j+1)$ por $(i-1, i+2)$ , $(i, j)$ e $(i+1, j+1)$ , preservando a orientação da rota. ....	42
Figura 10: operador 2-opt* - os clientes atendidos depois de $i$ são realocados para serem atendidos após $j$ ; e os clientes atendidos depois de $j$ serão atendidos após $i$ . Esta troca se dá substituindo $(i, i+1)$ e $(j, j+1)$ por $(i, j+1)$ e $(j, i+1)$ .....	42
Figura 11: operador Relocate - Os arcos $(i-1, i)$ , $(i, i+1)$ e $(j, j+1)$ são substituídas $(i-1, i+1)$ , $(j, i)$ e $(i, j+1)$ , ou seja, o cliente $i$ foi retirado de uma rota e realocado em outra.....	43
Figura 12: operador Exchange - os arcos $(i-1, i)$ , $(i, i+1)$ , $(j-1, j)$ e $(j, j+1)$ são substituídas por $(i-1, j)$ , $(j, i+1)$ , $(i-1, i)$ e $(i, j+1)$ . Dois clientes de rotas diferentes são simultaneamente trocado entre elas.....	44
Figura 13: operador CROSS-Exchange - o segmento $i-k$ da rota superior e o $j-i$ da rota inferior são permutados entra as duas rotas, recombinação de trechos. Note que as orientações das duas rotas são preservadas. ....	44
Figura 14: operador GENI-exchange - realocação de um cliente de uma rota em outra próxima. ....	45
Figura 15: construção por camadas verticais .....	46

Figura 16: escolha do tipo de caixa para uma nova camada .....	47
Figura 17: escola das dimensões de largura e altura e quantidade de caixas .....	48
Figura 18: escolha do tipo de caixa para espaços que sobraram na camada.....	49
Figura 19: escolha de novo espaço .....	50
Figura 20: criação de novos espaços.....	50
Figura 21: nomenclatura do algoritmo de Gehring et al. (1990).....	52
Figura 22: definição dos espaços de Gehring et al. (1990).....	53
Figura 23: espaços residuais.....	54
Figura 24: controle dos espaços vazios.....	54
Figura 25: posições possíveis, onde A , L, C correspondem a altura, largura e comprimento, respectivamente .....	55
Figura 26: Representação de uma caixa em um contêiner.....	57
Figura 27: Representação de duas caixas em um contêiner .....	58
Figura 28: estrutura do algoritmo de Ngoi et al. (1994) .....	59
Figura 29: carga montada com 3 entregas.....	61
Figura 30: espaço disponível para carregamento .....	62
Figura 31: espaço inacessível – parte 1.....	62
Figura 32: espaço inacessível – parte 2.....	62
Figura 33: fluxograma principal do algoritmo proposto – 3DC.....	66
Figura 34: solução inicial recebida pelo operador k-IntensiveSwap .....	69
Figura 35: escolha dos arcos a serem removidos .....	70
Figura 36: cortes conectados e desconectados .....	71
Figura 37: possibilidade de reconexão do corte 3-4, pela extremidade do nó 4 .....	72
Figura 38 possibilidade de reconexão do corte 3-4, pela extremidade do nó 3 .....	72
Figura 39: resultado da reconexão do corte 3-4 .....	73
Figura 40: reconexão do nó 10.....	73

Figura 41: passo intermediário na montagem da árvore de recursão .....	74
Figura 42: dois cortes desconectados se uniram para formar novo corte desconectado.....	74
Figura 43: solução viável somente com cortes conectados.....	75
Figura 44: redução no número de rotas.....	76
Figura 45: aumento no número de rotas.....	76
Figura 46: algoritmo de carregamento de contêiner embutido em 3DC.....	78
Figura 47: Espaços gerados a partir da estrutura de dados .....	79
Figura 48: Possíveis arranjos de pares de caixas em relação ao comprimento (C) altura (A) e largura (L) .....	81
Figura 49: primeira caixa inserida .....	84
Figura 50: conjunto de caixas da última entrega .....	85
Figura 51: entrada do conjunto de caixas da penúltima entrega .....	85
Figura 52: carga completa com todas as caixas.....	86
Figura 53: rota com seqüência de descarregamento .....	86
Figura 54: comparativo dos 3 algoritmos apresentados.....	96

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: pesquisa 2004 – fonte: CEL/Coppead .....	2
Tabela 2: pesquisa 2004 – fonte: CEL/Coppead .....	2
Tabela 3: oportunidades da literatura para o 3L-FSMVRPTW.....	22
Tabela 4: entradas e saídas para o 3L-FSMVRPTW .....	23
Tabela 5: base teórica utilizada na criação do algoritmo .....	28
Tabela 6: exemplo de rota passando pelos clientes 1, 2 e 3.....	83
Tabela 7: resultados sobre instâncias de Bischoff e Ratcliff (1995) .....	89
Tabela 8: resultado do algoritmo proposto (não considera fragilidade) .....	92
Tabela 9: resultado comparativo com Gendreau et al. (2006) – sem fragilidade.....	94
Tabela 10: resultado comparativo com Araújo (2006) – sem fragilidade.....	95
Tabela 11: combinações propostas por Moura e Oliveira (2007) .....	97
Tabela 12: resultados para grupo I e classe I1.....	98
Tabela 13: resultados para grupo I e classe I2.....	99
Tabela 14: resultados para grupo II e classe I1 .....	99
Tabela 15: resultados para grupo II e classe I2 .....	100
Tabela 16: resumo comparativo entre média dos resultados.....	101
Tabela 17: frota heterogênea. Dimensões C=comprimento, L=largura e A=altura .....	102
Tabela 18: resultado frota heterogênea, para grupo I e classe I1 .....	104
Tabela 19: resultado frota heterogênea, para grupo I e classe I2 .....	104
Tabela 20: resultado frota heterogênea, para grupo II e classe I1 .....	105
Tabela 21: resultado frota heterogênea, para grupo II e classe I2 .....	106
Tabela 22: resumo comparativo das soluções com frota homogênea e heterogênea .....	106
Tabela 23: custos de frete do estudo .....	107

Tabela 24: resultado considerando custos para grupo I e classe I1 .....	108
Tabela 25: resultado considerando custos para grupo I e classe I2 .....	109
Tabela 26: resultado considerando custos para grupo II e classe I1 .....	109
Tabela 27: resultado considerando custos para grupo II e classe I2.....	110
Tabela 28: resumo dos resultados considerando custo total .....	110
Tabela 29: resumo das contribuições deste trabalho .....	114

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO E OBJETIVOS .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>8</b>
2.1	Problema de Roteamento de Veículos e Variações.....	8
2.2	Problema de Carregamento de Contêiner e Variações.....	12
2.3	Problema de Roteamento e Carregamento de Veículos.....	18
2.4	Lacunas no Problema de Carregamento e Roteamento de Veículos .....	21
<b>3</b>	<b>DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....</b>	<b>23</b>
3.1	Caracterização do Problema .....	23
3.2	Estrutura da Função Objetivo .....	24
3.3	Restrições do Modelo .....	25
<b>4</b>	<b>FUNDAMENTOS PARA CONSTRUÇÃO DO ALGORITMO .....</b>	<b>27</b>
4.1	Heurísticas de Construção para Roteamento de Veículos .....	29
4.2	Métodos de Melhoria de Soluções.....	39
4.3	Algoritmo de George e Robinson e Refinamentos.....	45
4.4	Algoritmo de Gehring, Menschner e Meyer .....	51
4.5	Algoritmo de Ngoi, Tay e Chua.....	56
4.6	Definição da Taxa de Ocupação.....	60
<b>5</b>	<b>ALGORITMO PROPOSTO .....</b>	<b>63</b>
5.1	Estratégia de Solução do Problema .....	63
5.2	Estrutura de Processamento .....	65

5.3	Fase Construtiva .....	66
5.4	Fase de Melhoria .....	67
5.5	Carregamento de veículos .....	77
5.6	Análise e Controle dos Espaços.....	79
5.7	Seleção de Caixas .....	80
5.8	Refinamento.....	82
5.9	Exemplo de Funcionamento .....	83
<b>6</b>	<b>RESULTADOS COMPUTACIONAIS.....</b>	<b>87</b>
6.1	Resultados para Carregamento de Contêiner .....	88
6.2	Resultados com Frota Homogênea sem Janela de Tempo.....	90
6.3	Resultados para Frota Homogênea com Janela de Tempo.....	96
6.4	Resultados para Frota Heterogênea com Janela de Tempo .....	102
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>112</b>
7.1	Conclusões.....	112
7.2	Trabalhos Futuros.....	115
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>116</b>

## 1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Nas últimas duas décadas as empresas e, em especial, as indústrias, têm buscado eficiência em suas operações por meio de uma melhor gestão da cadeia de suprimentos. Segundo o CSCMP (*Council of Supply Chain Management Professionals*), o conselho de profissionais de gestão da cadeia de suprimentos, esta área do gerenciamento é definida da seguinte maneira<sup>1</sup>:

*“Gestão da Cadeia de Suprimentos (GCS) abrange o planejamento e o gerenciamento de todas as atividades que envolvem o fornecimento, suprimentos, compras e conversão, além de todas as atividades de gerenciamento logístico, que englobam o controle e eficiência do fluxo de produtos, serviços e informações. Nestas atividades, inclui-se também a coordenação e a colaboração com os parceiros e canais, os quais podem ser fornecedores, consumidores ou mesmo terceiros envolvidos na cadeia. Em essência, GCS integra o fornecimento com a demanda entre as empresas”.*

Por gerenciamento da logística entende-se que *“é a parte da GCS que planeja, programa e controla a eficiência e a eficácia dos fluxos diretos e reversos de produtos assim como sua estocagem, entre os pontos de origem e os pontos de consumo, de modo que as necessidades dos consumidores sejam atendidas.”*

Este trabalho tem o objetivo de investigar técnicas de otimização que aumentem a eficiência e eficácia da logística, mais especificamente, da distribuição de produtos de baixa densidade de transporte.

Segundo pesquisa sobre custos logístico no Brasil em 2004, elaborado pelo CEL/COPPEAD, Lima (2006), com relação à composição de custos, observa-se na Tabela 1 a relevância do transporte, 7,5% em 12,6%, representando 59,5% do total:

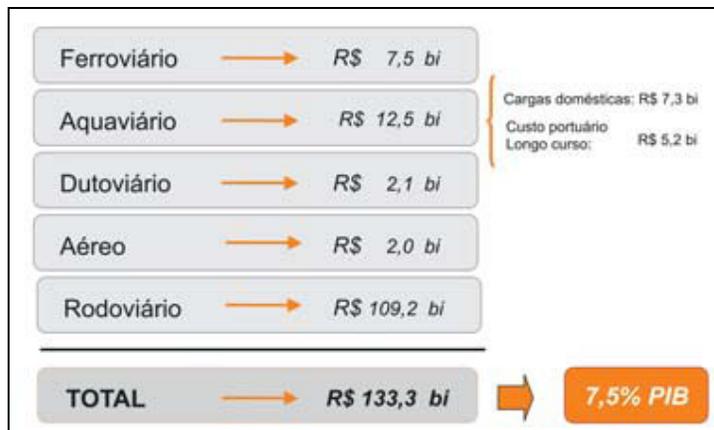
---

<sup>1</sup> Tradução livre do autor

Transporte	7,5%
Estoque	3,9%
Armazenagem	0,7%
Administrativo	0,5%
<b>Custos logísticos</b>	<b>12,6%</b>

**Tabela 1: pesquisa 2004 – fonte: CEL/Coppead**

Neste estudo constatou-se que o custo de transporte no Brasil é equivalente a 7,5% do PIB, ou seja, R\$ 133,3 bi, dos quais R\$ 109,2 bi são somente com o transporte rodoviário de cargas. Observe o resumo por modal de transporte na Tabela 2:



**Tabela 2: pesquisa 2004 – fonte: CEL/Coppead**

Tendo em vista a relevância do transporte rodoviário para economia nacional e considerando que, em grande medida, os custos estão relacionados ao capital aplicado na aquisição dos veículos e ao custo de combustível empregado na sua operação.

Quando observadas as questões reais enfrentadas por empresas que distribuem produtos, sejam embarcadores ou operadores logísticos, entende-se que as decisões acima requerem métodos rápidos de otimização matemática, eficazes na qualidade da resposta e que representem necessidades e restrições de cunho prático.

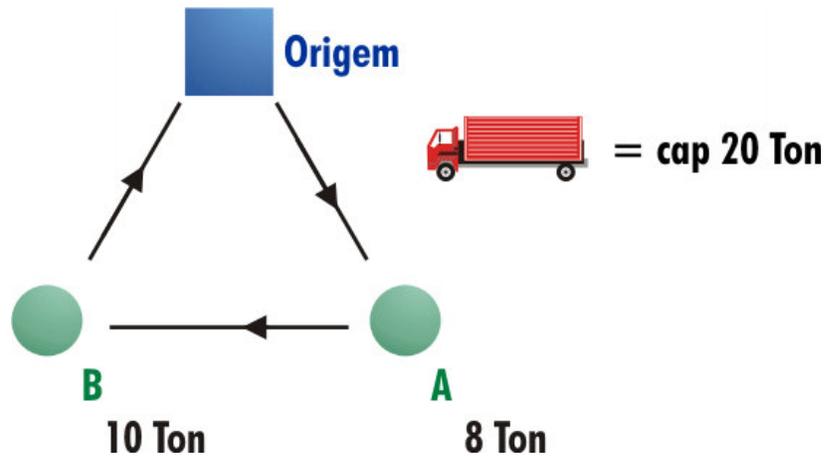
Ao verificar a literatura, todavia, observamos que ainda há uma lacuna de pesquisa e técnicas para solução do problema de roteamento de veículos com restrições de carregamento tridimensional de caixas em se tratando de frota heterogênea. Este problema surge naturalmente quando os produtos a serem distribuídos são de baixa densidade ( $\text{kg/m}^3$ ) de transporte. Nesta situação é necessária uma configuração, ou arranjo, tridimensional de suas unidades de embarque em forma de paralelepípedos – caixas, fardos ou paletes – de modo eficiente que reduza os custos de frete, relativos ao tamanho da frota, número de veículos por tipo, e distância percorrida.

Mesmo considerando outras questões práticas, como as janelas de tempo e frota heterogênea, o problema de roteamento de veículos tradicional contempla somente uma dimensão de capacidade, normalmente peso ou volume, e, portanto não se aplica aos casos de produtos de baixa densidade de transporte. Este é o caso de produtos que completam a capacidade física de um veículo por ocupação volumétrica, não alcançando a capacidade limite de peso que o veículo comportaria se observada apenas sua potência de tração de carga. Podemos citar, apenas para referência, o caso de embalagens de papelão ondulado, onde uma carreta sider que tem capacidade de carregar nominalmente 25 toneladas, normalmente tem seu espaço útil de carga completado com apenas 12 toneladas, tal o volume do produto.

Observe como seria o roteamento de dois pedidos por um método tradicional e outro que respeitasse as três dimensões (altura, largura e comprimento) das unidades de embarque:

**Problema:** supondo que os clientes A e B são razoavelmente próximos, para que seja interessante consolidar a carga de ambos num mesmo veículo, deve-se

entregar ao cliente A, 8 toneladas do produto e ao cliente B, 10 toneladas do mesmo produto. Considerando que dispomos de um veículo com capacidade de 20 toneladas, o roteiro poderia ser feito por um único caminhão da seguinte forma:



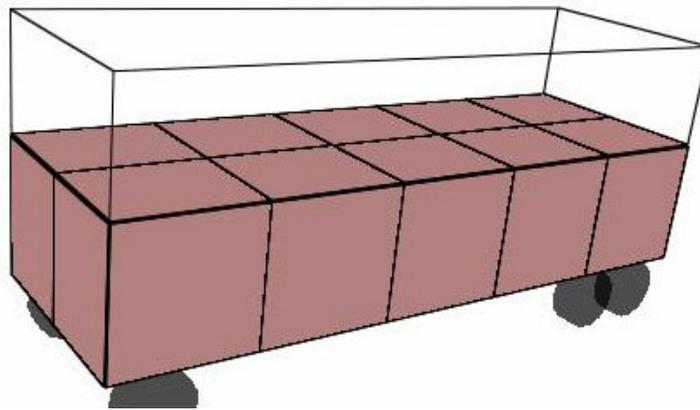
**Figura 1: roteiro de entrega somente considerando peso**

Contudo se considerarmos as dimensões de cada unidade de embarque, a solução acima se torna inviável. Observe:

Considerando as seguintes medidas:

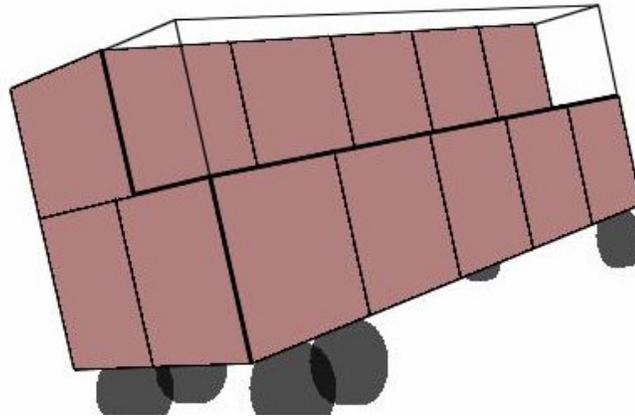
- Da unidade de embarque (caixa): 1 tonelada, 1,2 metro de largura, 1,0 metro de comprimento e 1,2 metro de altura;
- Do veículo: 2 metros de largura, 6 metros de comprimento e 2,2 metros de altura.

Somente caberiam 10 caixas no veículo caso estas não pudessem ser tombadas (Figura 2), situação que normalmente ocorre com embalagens frágeis, onde se lê “este lado para cima”, observe:



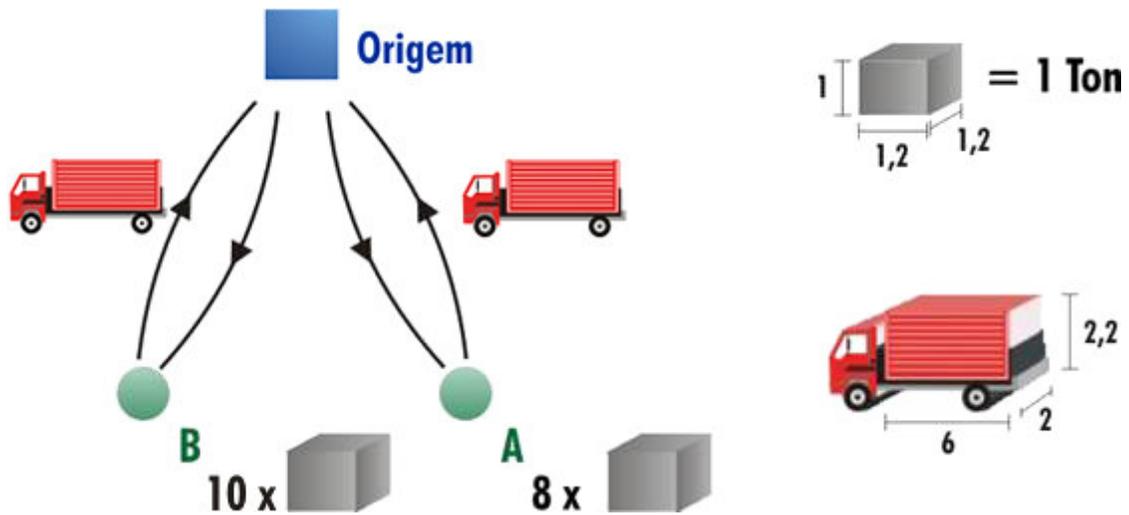
**Figura 2: carga com 10 caixas (sem tombamento)**

Ou ainda, liberando-se a restrição de tombamento seria possível carregar no máximo 15 caixas, observe o resultado na Figura 3 abaixo:



**Figura 3: carga com 15 caixas (com possibilidade de tombamento)**

Portanto não seria possível entregar as 18 toneladas em um único veículo com estas dimensões. Seriam necessários pelo menos dois veículos carregando os pedidos dos destinos A e B separadamente, como se observa na solução proposta na Figura 4 a seguir:



**Figura 4: nova solução considerando as dimensões de veículo e carga**

Como se observou no exemplo anterior, o problema de transporte de peças de grande volume relativo ao seu peso faz com que a solução do problema de roteamento e a escolha de veículos não seja factível e tampouco ótima se não forem consideradas as dimensões das unidades de embarque.

O objetivo deste trabalho é, portanto, estudar e propor métodos de solução do problema integrado de roteamento e carregamento tridimensional de veículos, considerando ainda:

- Multi-produtos (unidades de embarque de tamanhos distintos);
- Frota heterogênea de veículos;
- Janelas de tempo (para efetivação das entregas).

Os próximos capítulos estão estruturados da seguinte forma: primeiramente é apresentada, no capítulo 2, uma revisão da literatura com vistas aos problemas de roteamento de veículos e de carregamento de cargas individualmente, assim como os primeiros estudos elaborados recentemente para integração destes problemas;

no capítulo 3, define-se especificamente a forma do problema que será tratado neste trabalho; no capítulo 4 estão explicados em mais detalhes aqueles algoritmos que foram inspiradores na criação de um novo algoritmo, proposto neste trabalho, e que está completamente descrito no capítulo 5; na seqüência, no capítulo 6, são discutidos os resultados computacionais através de comparações com estudos de problemas particulares disponíveis e ainda é proposto um conjunto de testes para trabalhos futuros; e finalmente, no capítulo 7, temos as conclusões sobre as contribuições desta pesquisa.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Problema de Roteamento de Veículos e Variações

O problema de clássico de roteamento de veículos (VRP, *vehicle routing problem*) consiste em definir rotas de entrega para uma frota de veículos que atendam as demandas de determinados clientes a partir de um depósito de origem. Quando estes clientes podem receber as mercadorias somente dentro de uma faixa de horário, tem-se o problema de roteamento de veículos com janela de tempo (VRPTW, *vehicle routing problem with time window*). No contexto mais genérico há outras variações deste mesmo problema ocorrem para rotas de coleta, múltiplos depósitos e frota heterogênea..

Seguindo a definição extraída de Taillard et al. (1997), do ponto de vista de teoria de grafos, o VRPTW pode ser definido como segue: seja  $G = (V, A)$  um grafo completo não direcionado com o conjunto de vértices  $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$  e um conjunto de arcos  $A = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i < j\}$ . Neste grafo o vértice  $v_0$  é o depósito e os outros vértices são os clientes a serem servidos. Cada vértice é associado com:

- Uma quantidade fixa  $q_i$  do item a ser entregue (com  $q_0$  igual a zero);
- A janela de tempo  $[e_i, l_i]$ , onde  $e_i$  e  $l_i$  são respectivamente o início e o fim da janela de tempo, dentro da qual o serviço pode ser iniciado (com  $e_0$  sendo o instante mais cedo para se iniciar uma rota e  $l_0$  é o prazo máximo para o retorno do veículo ao depósito ao concluir sua rota);
- Um serviço com duração de tempo  $s_i$  para o descarregamento dos produtos nos respectivos clientes (com  $s_0$  igual a zero).

Dada uma frota fixa com  $m$  veículos idênticos, cada qual com capacidade  $Q$ , o objetivo é encontrar o conjunto de rotas de custo mínimo, originando e terminando no depósito  $v_0$ , tal que:

- Cada veículo sirva somente uma rota;
- Cada vértice  $v_1, v_2, \dots, v_n$  seja visitado exatamente uma única vez;
- A quantidade de mercadoria total entregue em uma rota não exceda a capacidade  $Q$  do veículo;
- O momento de início de cada rota seja maior do que  $e_0$ ;
- A conclusão de cada rota ocorra no máximo no instante  $l_0$ ;
- O início do serviço (de entrega) em cada vértice  $v_i$  ocorra no intervalo definido por  $[e_i, l_i]$ . Se a chegada ocorrer no instante  $t_i$  menor do que  $e_i$ , o tempo entre  $t_i$  e  $e_i$  é considerado tempo de espera.

Desde os primeiros estudos de Dantzig e Ramser (1959) sobre o VRP muito se desenvolveu ao longo das últimas décadas. Seja por novas propostas de heurística de solução do problema original (sem janela de tempo), como em Clarke e Wright (1964) com o método das economias, ou com Wren e Holiday (1972) e Gillet e Miller (1974) usando o método da varredura. Foram também propostos métodos de partição do problema em etapas onde primeiro são criadas grandes rotas e depois as particionavam em rotas menores (Golden et al., 1984), factíveis em relação à capacidade dos veículos, ou por outro lado esquemas que primeiro consolidavam os clientes por região de demanda, dentro da capacidade de entrega, e depois roteava dentro de cada região.

Visto que a resolução dos problemas, da alocação da capacidade e de roteamento, individualmente já eram bastante difíceis, percebe-se que a pesquisa se voltou a criar novos métodos e incorporar novas restrições ou decisões sobre cada problema. No princípio, o foco no uso da capacidade do veículo se sobressaiu em relação ao roteamento. Isso ocorreu com a criação de estratégias que primeiro agrupavam os clientes e fixavam suas rotas ou agrupavam produtos para formar cargas completas de uma única entrega. Estas técnicas de agrupamento de clientes

ou pedidos para formar entregas também podem ser vistas no trabalho de Koskosidis et al. (1992) ou mesmo originalmente no trabalho de Fisher e Jaikumar (1981) que tratou de separar o problema de roteamento em duas partes, sendo que uma delas é a resolução do problema de designação generalizada.

Com a introdução de novas restrições e variações do problema, tais como janelas de tempo, surgiram novas heurísticas e adaptações nas já existentes. Exemplos notórios destes casos foram publicados por Solomon (1987), que depois foram ainda aperfeiçoados por outros autores como Potvin e Rousseau (1993), Russell (1995), Taillard et al. (1997) e Braysy et al. (2004).

Em relação à análise da frota para a composição de menor custo (FSM, *fleet size and mix*), temos como marco, as generalizações na fórmula das economias de Clarke e Wright (1964), propostas por Golden et al. (1984) e que depois foram reformuladas por Liu e Shen (1999) e Dullaert et al. (2002) trazendo resultados muito satisfatórios com relação aos melhores valores obtidos até então e comparável às implementações tabu de Taillard (1993). Em especial, com relação ao tempo de processamento sendo muitas vezes mais rápido do que uma solução de menos de 0,5% de diferença em média a este último algoritmo. Desrochers e Verhoog (1991) trabalharam em novas heurísticas de pareamento para o problema e conseguiram uma evolução nos resultados de Golden et al. (1984), porém a um custo computacional cerca de cinco vezes maior.

Ao contrário do algoritmo de inserção seqüencial, o algoritmo de economias constrói as rotas de maneira simultânea. Liu e Shen (1999) indicaram que as heurísticas que trabalham com inserção em paralelo têm resultados superiores às de inserção seqüencial. Outra observação feita pelos últimos autores é de que aplicar melhorias em soluções pobres não resolve o problema de forma eficiente dentro de um tempo limitado de processamento.

O problema de roteamento de veículos com frota heterogênea demanda, além das decisões sobre roteamento, a escolha dos veículos mais adequados de forma que se obtenha o menor custo envolvido. No custo total a ser minimizado estão incluídos os custos fixos assim como os custos variáveis que dependem das rotas a serem feitas. Os veículos a serem escolhidos têm capacidades distintas assim como

custos distintos. Em geral, por observação do que ocorre na prática, neste trabalho adotaremos a regra de que os veículos de menor capacidade são também os de menor custo fixo. Isto decorre destes possuírem menores custos de aquisição e depreciação.

O problema onde simultaneamente se define o tamanho da frota (heterogênea) e o conjunto de rotas de entrega é chamado de FSMVRP (*fleet size and mix vehicle routing problem*).

Este problema é NP - difícil, visto que se reduz ao VRP tradicional quando o número de tipos de veículos distintos é igual a 1. Sendo NP - difícil, o VRP tem métodos exatos capazes de encontrar solução ótima somente para pequenas instâncias, até onde é possível esgotar o processamento da busca, como ocorre em Hadjiconstantinou et al. (1995) para instâncias de 50 clientes (nós).

Muito bons resultados para tais problemas, foram as implementações de busca tabu efetuadas por Taillard et al. (1997), Wasman e Osmam (1992) e Gendreau et al. (1994). Outra heurística que recentemente apresentou resultado muito próximo dos melhores até então obtidos, é uma modificação no método da varredura feita por Renaud e Boctor (2002). Este método foi inicialmente proposto por Wren e Holiday (1972) e Gillet e Miller (1974) com o foco no VRP original, mas nunca tinha sido aplicado, segundo Renaud e Boctor (2002), ao problema da definição da combinação e tamanho da frota. O problema, contudo é que o desempenho não é tão bom quanto nos métodos de inserção paralelos descritos anteriormente.

Wassan e Osman (2002) resolveram o FSMVRP utilizando busca tabu e obtiveram bons resultados em relação ao que se dispunha na literatura. Como normalmente nos problemas de dimensionamento de frota o número de veículos é ilimitado, o objetivo é encontrar o melhor perfil de frota que cumpra as restrições de entrega e tenha o menor custo total: fixo (dependente da seleção dos veículos) e variável (relativo ao seu uso). Foram implementados quatro mecanismos de vizinhança, baseados na troca entre operadores. Este algoritmo foi aplicado no conjunto de 20 instâncias de Golden et al. (1984) e em 8 instâncias de Taillard (1999).

Extensas referências ao VRP e variações podem ser encontradas em Toth e Vigo (2002). Mais recentemente, Belfiore (2006) propôs uma taxonomia para o VRP e suas variações e compilou uma extensa pesquisa bibliográfica com muitas referências organizadas por tipos de problemas e metodologias de soluções.

## 2.2 Problema de Carregamento de Contêiner e Variações

O problema do carregamento de contêineres (*CLP, container loading problem*) consiste em carregar caixas de diversos tamanhos dentro de contêineres, de maneira a otimizar determinado objetivo como, por exemplo, maximizar o aproveitamento do espaço disponível. Formalmente o problema pode ser descrito como uma extensão tridimensional do programa 0-1, proposto por Beasley (1985) para o caso bidimensional, conforme descrição de Morabito e Arenales (1997) reproduzida a seguir.

Considere um conjunto de caixas agrupadas em  $m$  tipos. Para cada tipo  $i$ , caracterizado pelo comprimento, largura e altura  $(l_i, w_i, h_i)$ , temos uma quantidade  $b_i$  de caixas. Considere também um conjunto de contêineres agrupados em  $n$  tipos. Para cada tipo  $k$ , caracterizado pelas dimensões  $(L_k, W_k, H_k)$ , estão disponíveis  $B_k$  contêineres. As caixas devem ser carregadas *ortogonalmente* dentro dos contêineres. Por simplicidade e sem perda de generalidade, admita que as caixas sejam carregadas com uma orientação fixada, isto é, com  $l_i, w_i$  e  $h_i$  paralelos a  $L_k, W_k$  e  $H_k$ , respectivamente.

Cada variável 0-1 do programa representa a decisão de colocar ou não uma caixa do tipo  $i$  na coordenada  $(x, y, z)$  dentro do contêiner. Sem perda de generalidade, pode ser mostrado que  $x, y$  e  $z$  pertencem respectivamente aos conjuntos de discretização, i.e. as combinações cônicas, definidos a seguir:

$$\mathbf{X} = \left\{ x \mid x = \sum_{i=1}^m \alpha_i l_i, x \leq L - l_0, \alpha_i \geq 0, \text{ inteiro} \right\}$$

$$\mathbf{Y} = \left\{ y \mid y = \sum_{i=1}^m \beta_i w_i, y \leq W - w_0, \beta_i \geq 0, \text{ inteiro} \right\}$$

$$\mathbf{Z} = \left\{ z \mid z = \sum_{i=1}^m \gamma_i h_i, z \leq H - h_0, \gamma_i \geq 0, \text{ inteiro} \right\}$$

onde  $l_0 = \min\{l_i, i = 1, \dots, m\}$  (similarmente para  $w_0$  e  $h_0$ ).

Sejam  $x_j$  o  $j$ -ésimo elemento do conjunto  $X$ ,  $y_k$  o  $k$ -ésimo elemento do conjunto  $Y$ , e  $z_l$  o  $l$ -ésimo elemento do conjunto  $Z$  (note que  $x_j$ ,  $y_k$  e  $z_l$  são as posições determinados *a priori*). Se decidirmos colocar uma caixa do tipo  $i$ , com o canto na posição  $(x_j, y_k, z_l)$ , então não podemos colocar outra caixa em qualquer posição  $(x_p, y_q, z_r)$  satisfazendo as desigualdades  $x_j \leq x_p \leq x_j + l_i - 1$ ,  $y_k \leq y_q \leq y_k + w_i - 1$  e  $z_l \leq z_r \leq z_l + h_i - 1$ , com  $p = 1, \dots, |X|$ ,  $q = 1, \dots, |Y|$  e  $r = 1, \dots, |Z|$ .

Para evitar a sobreposição de caixas, definimos a matriz de incidência  $g_{ijklpqr}$  como:

$$g_{ijklpqr} = \begin{cases} 1 & \text{se } x_j \leq x_p \leq x_j + l_i - 1, y_k \leq y_q \leq y_k + w_i - 1, \text{ e } z_l \leq z_r \leq z_l + h_i - 1, \\ 0 & \text{caso contrario.} \end{cases}$$

que deve ser computada *a priori* para cada caixa do tipo  $i$  ( $i = 1, \dots, m$ ), para cada posição  $(x_j, y_k, z_l)$  ( $j = 1, \dots, |X|$ ,  $k = 1, \dots, |Y|$  e  $l = 1, \dots, |Z|$ ), e para cada posição  $(x_p, y_q, z_r)$  ( $p = 1, \dots, |X|$ ,  $q = 1, \dots, |Y|$  e  $r = 1, \dots, |Z|$ ).

Seja  $v_i$  é o multiplicador simplex (ou uma função dele) associado com uma base particular.

Sejam  $J(i) = \arg \max_{j=1, \dots, |X|} \{x_j \mid x_j \leq L - l_i\}$ ,  $K(i) = \arg \max_{k=1, \dots, |Y|} \{y_k \mid y_k \leq W - w_i\}$  e  $L(i) = \arg \max_{l=1, \dots, |Z|} \{z_l \mid z_l \leq H - h_i\}$ , e as variáveis de decisão  $a_{ijkl}$  definidas como:

$$a_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{se uma caixa do tipo } i \text{ é colocada na posição } (x_j, y_k, z_l) \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Observe que, necessariamente,  $a_{ijkl} = 0$  para todo  $j > J(i)$ , ou  $k > K(i)$ , ou  $l > L(i)$ . O problema pode ser formulado como:

$$\max \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{J(i)} \sum_{k=1}^{K(i)} \sum_{l=1}^{L(i)} v_i a_{ijkl} \quad (1)$$

Sujeito à:

$$s.a.: \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{J(i)} \sum_{k=1}^{K(i)} \sum_{l=1}^{L(i)} g_{ijklpqr} a_{ijkl} \leq 1, \quad p=1, \dots, |X|, \quad q=1, \dots, |Y|, \quad r=1, \dots, |Z| \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{J(i)} \sum_{k=1}^{K(i)} \sum_{l=1}^{L(i)} a_{ijkl} \leq b_i, \quad i=1, \dots, m \quad (3)$$

Sendo:

$$a_{ijkl} \in \{0, 1\}, \quad i=1, \dots, m, \quad j=1, \dots, J(i), \quad k=1, \dots, K(i), \quad l=1, \dots, L(i) \quad (4)$$

O modelo (1)-(4) contém  $O(m |X| |Y| |Z|)$  variáveis e  $O(|X| |Y| |Z|)$  restrições. Se uma orientação não for fixada para carregar as caixas dentro do contêiner, o modelo acima pode ser estendido, porém com um número ainda maior de variáveis e restrições. Nos casos práticos estes números chegam facilmente à ordem de milhões, o que desestimula o emprego das técnicas usuais de programação linear inteira. Além disso, a solução do modelo (1)-(4) não tem garantia de produzir um carregamento estável.

Em muitos casos, a capacidade volumétrica limita a quantidade de caixas a ser carregada, antes que as restrições de peso sejam encontradas, como encontrada no exemplo de George e Robinson (1980).

A maioria dos procedimentos, com algumas poucas exceções, considera somente o cenário onde a carga, tanto quanto possível, é carregada em um único contêiner e não em múltiplos como muitas vezes se observa na prática. Haessler e Talbot (1990) abordaram um caso prático para o problema do carregamento de vagões ferroviários considerando apenas caixas de baixa densidade. Os autores

desenvolveram um sistema que contém um algoritmo para calcular, em tempo real, durante a tomada do pedido por telefone, numa central de atendimento, a quantidade ideal de cada item que o cliente quer a ser transportada por um veículo, de modo que este tenha sua ocupação maximizada. Em outro estudo, Verweij (1996) parte de uma seqüência fixa de entregas de antemão e efetua a designação de pedidos de embarque aos contêineres, respeitando a seqüência de descarregamento do fundo para a porta da caçamba do veículo de modo a utilizar melhor os veículos disponíveis em sua ocupação. A decisão neste caso é a escolha do veículo que será utilizado naquela rota definida.

Dentre os vários modos que os autores propuseram tratar o CLP, cada um se mostrou adequado para uma determinada faixa do espectro de problemas que ocorrem na prática (Bischoff e Ratcliff, 1995). Na mesma linha Bischoff e Marriott (1990) estudaram 14 heurísticas compostas e concluíram que a adequação dos algoritmos depende dos tamanhos dos problemas e de quão heterogênea é a composição da carga. Portanto as heurísticas avaliadas são dependentes das caixas a serem carregadas e o que se espera do resultado com relação à taxa de utilização do espaço, a estabilidade, distribuição no contêiner entre outros critérios.

Nos problemas de carregamento de veículos ainda há uma série de aspectos práticos na montagem da carga que muitas vezes são desconsiderados (Bischoff e Ratcliff, 1995):

- **Restrições de orientação:** no caso de paletes montados, por exemplo, apesar de não poder ser tombado verticalmente, porque a base (paleta em si) restringe-o na posição vertical, nem sempre um paleta tem dois sentidos para ser descarregado. Dependendo do paleta, o descarregamento depende de encaixe de uma empilhadeira que somente pode engatá-lo em um sentido;
- **Empilhamento máximo:** por conta do peso de uma caixa ou paleta deve existir um limite de empilhamento para que as unidades mais abaixo da pilha não sejam danificadas;

- **Restrições de manuseio:** nos casos que por segurança ou acessibilidade, por exemplo, de um robô as posições são limitadas ou definidas a determinadas áreas no contêiner;
- **Estabilidade da carga:** para garantir que a carga não vai se desmontar ao longo do transporte. Às vezes este problema se resolve com escoras ou fitas de segurança. Na literatura, esta parece ser uma restrição que atrai mais a atenção dos pesquisadores e por isso existem várias heurísticas que garantem uma boa estabilidade;
- **Agrupamento dos itens e situações de várias entregas:** este é um requerimento operacional visto que há a necessidade de se descarregar um pedido em determinado local de modo rápido, sem a necessidade de descarregar o contêiner inteiro para depois recarregá-lo. Além disso, a conferência na carga e descarga é muito facilitada desta forma;
- **Separação de produtos em contêineres:** são os casos onde num mesmo contêiner se deseja transportar produtos “incompatíveis” entre si, como por exemplo, alimentos e produtos de limpeza;
- **Peso máximo permitido:** aqui a restrição se aplica no contêiner completo, como também na distribuição do peso dentro do contêiner/veículo para contemplar o balanço de carga sobre os eixos e garantir a dirigibilidade do veículo.

Como notado por Bischoff e Ratcliff (1995), os métodos têm certa especialização por instância do problema e, portanto nem sempre um método que atende bem uma das restrições anteriores, atende bem outras, que por vezes chegam a ser conflitantes. Este fato foi motivador da criação de uma heurística voltada para o problema estudado neste trabalho, como será apresentado adiante.

George e Robinson (1980) propuseram um procedimento heurístico que constrói o padrão de carregamento de caixas diferentes em camadas verticais, como se fossem paredes, do fundo do contêiner para a saída. Não são impostas restrições de empilhamento e nem sobre a rotação das caixas, mas isso facilmente pode ser adaptado. A estratégia de carregamento por camadas destes autores foi criada a

partir da observação da prática da estivagem. Este procedimento, aliás, é tido como de fácil implementação com resultados muito bons aliada a flexibilidade que ele permite para inclusão de novas alternativas de avaliação. Posteriormente, Cecílio e Morabito (2004) aperfeiçoaram este algoritmo criando alternativas de avaliação dos critérios de empacotamento e obtiveram sucesso na resolução completa do problema apresentado por George e Robinson (1980), com todas as caixas empacotadas, do problema inicialmente proposto.

Morabito e Arenales (1994) propuseram um algoritmo baseado em grafo e/ou e cortes guilhotinados para maximizar o volume ocupado por um conjunto de caixas em um único contêiner com restrições implícitas de estabilidade vertical em uma das heurísticas.

Em outro artigo de Bischoff e Ratcliff (1995), os autores descrevem um método de natureza heurística que gera arranjos de carga de grande eficiência, em termos de uso do espaço do contêiner, e ao mesmo tempo tem alto grau de estabilidade. Ao invés de construir a carga em camadas verticais, eles propõem a construção de baixo para cima usando simples camadas de até dois tipos de caixa. A escolha da caixa e orientação é governada pelo uso da área da camada ser coberta.

Ivancic et al. (1989) criaram uma heurística baseada em programação inteira para resolver o problema de carregamento de múltiplos contêineres com o objetivo de minimizar o custo dos contêineres utilizados.

Outra heurística que apresenta uma boa eficiência é a de busca em árvore de Pisinger (2002). Neste método o autor resolve o problema por um esquema de enumeração e escolha em profundidade, largura e altura, de modo que é possível rever posições montadas anteriormente e redirecionar a busca até que se posicione bem cada uma das caixas obtendo-se o ótimo em cada ramo que se define. Depois alternando as direções destes ramos se permite aproximar as caixas iguais umas das outras. Somente cortes guilhotinados são permitidos. Devido ao explosivo número de combinações possíveis, é inviável se enumerar todas as possibilidades de comprimentos possíveis de camadas. Com esta consideração a busca em

profundidade é implementada com largura limitada. Este método, contudo, é bastante lento se comparado ao método de Cecílio e Morábito (2004).

Araújo e Armentano (2006) propõem uma heurística construtiva aleatória com múltiplos inícios que utiliza um arranjo de carga baseado em cubóides que maximizam a ocupação de espaços vazios. Cada instância é avaliada de forma adaptativa por um conjunto de critérios, e em cada passo do processo construtivo um cubóide é selecionado probabilisticamente de uma lista restrita de candidatos. Para aumentar a flexibilidade na construção de uma solução, permite-se uma redução probabilística no tamanho dos cubóides. Os resultados computacionais mostram que este método apresenta um desempenho superior a outros enfoques sugeridos sobre as mesmas instâncias da literatura.

### **2.3 Problema de Roteamento e Carregamento de Veículos**

Iori et al. (2007) trataram do problema de roteamento de veículos com restrições bidimensionais de carregamento. Esta é uma versão especial do modelo onde não há empilhamento dos objetos carregados, logo o problema pode ser tratado em duas dimensões. O problema é fortemente NP - difícil. Os autores propuseram um tratamento exato baseado num algoritmo do tipo *branch-and-cut*, para a minimização do custo de roteamento que iterativamente chama um algoritmo de *branch-and-bound* que verifica a factibilidade do carregamento.

Moura e Oliveira (2007) apresentam um modelo matemático que integra o VRPTW ao CLP e uma estrutura de tratamento do problema de roteamento e carregamento de veículos com janela de tempo. O modelo matemático contempla as seguintes restrições:

- **R1 - unicidade na entrega:** um veículo visita uma única vez o cliente e entrega toda a demanda;

- **R2 - janela de tempo:** a entrega deve ocorrer dentro da faixa de horário esperado pelo cliente;
- **R3 - carregamento:** as caixas são posicionadas lado a lado, sem sobreposição;

O modelo, todavia, não contempla importantes restrições práticas que surgem neste problema integrado:

- **R4 - descarregamento:** seqüência de modo que uma caixa seja descarregada sem que outras necessitem ser movidas ou mesmo descarregadas;
- **R5 - estabilidade:** área de suporte para a base de uma caixa. Pode ser uma caixa abaixo na pilha ou mesmo o piso do contêiner. Portanto é uma área de contato de apoio para cada caixa.

Moura e Oliveira (2007), contudo, não se utilizam deste modelo matemático diretamente para resolução do problema, mas alternativamente esquematizam dois métodos de resolução que são avaliados no trabalho:

- 1) Método Seqüencial: onde relaxam as restrições R1 e R4, logo o problema se assemelha com o de VRP com *split delivery* (que possibilita entrega de uma pedido em mais de uma visita ao cliente) com restrição de tridimensionalidade no carregamento do veículo. Neste caso há o risco da solução encontrada ser de pouca valia prática devido às dificuldades e custos operacionais que pode acarretar, uma vez que o veículo pode ter que passar em um cliente mais de uma vez para completar a entrega;
- 2) Método Hierárquico: resolve o CLP como um subproblema a ser resolvido depois do VRPTW. O método é dividido em 3 fases, sendo a primeira fase construtiva, que utiliza meta heurística GRASP para construir as rotas com objetivo de minimizar o número total de veículos e o tempo total das rotas. Com isso, nem todas as rotas são factíveis do ponto de vista de arranjo tridimensional dos produtos. Na segunda fase, pós-construtiva e na última fase de busca local objetiva-se reduzir ainda mais a quantidade de

veículos e tempo total dos percursos. Neste ponto é que os itens são empacotados nos veículos por um algoritmo guloso, que pára quando não consegue satisfazer todos os clientes da rota. Com isso, pode haver pares rota/empacotamento que entrarão em procedimentos de reconstrução de rota para torná-las factíveis.

Moura e Oliveira (2007) testam o método sob um conjunto de instâncias criadas a partir da combinação de problemas de teste R1 e R2 de Solomon (1987) para VRPTW e problemas de teste BR2 de Bischoff e Ratcliff (1995).

Gendreau et al. (2006) desenvolveram um algoritmo para o problema de roteamento de veículos e carregamento de contêiner. Este algoritmo trabalha com uma busca tabu para a geração das rotas e invoca outra busca tabu para o subproblema de carregamento de veículos. São incluídas restrições de fragilidade para empilhamento de caixas. Os autores utilizam-se das instâncias de Iori et al. (2007) para gerar problemas com caixas tridimensionais e testar as heurísticas propostas.

Araújo (2006) tratou o problema de roteamento com restrição tridimensional de carga, assim como Gendreau et al. (2006), considerando restrições de orientação (tombamento), estabilidade (área de suporte na base de 55% a 100%), empilhamento (pressão sobre a caixa) e distribuição dentro do contêiner (distância mínima entre o centro de gravidade calculado e esperado é imposta) e múltiplos destinos.

Christensen e Rousøe (2007) resolvem o problema de carregamento de contêineres com restrição de múltiplas entregas, levando em conta também a sustentabilidade do carregamento de modo que não danifiquem as caixas. Assim como outros autores, eles utilizam a construção por camadas, porém o método proposto para definição do tamanho da camada envolve uma busca em árvore. Como o número de opções disponíveis a cada camada cresce exponencialmente com o número de diferentes dimensões de caixas, os autores desenvolveram um eficiente controle da largura da árvore em função do limite de tempo imposto no início do método. Os autores não contemplam decisões sobre rotas ou restrições de

distância e tempo, típicas de problemas de roteirização em si. Concentrou-se somente no respeito ao sequenciamento de entrega para a montagem da carga.

Pelo que foi apresentado, até o momento não foi encontrada referência ao problema de roteamento e carregamento de veículos com frota heterogênea e com restrições de janela de tempo, conforme tratado neste trabalho. Tendo em vista que com a frota heterogênea o custo fixo e variável de cada veículo é distinto, não basta obter a melhor roteirização respeitando a restrição geométrica. É importante que a taxa de ocupação seja incluída como parte da função objetivo do problema e por isso foi criado o conceito de ocupação da frota de veículos.

## **2.4 Lacunas no Problema de Carregamento e Roteamento de Veículos**

Apesar de este problema surgir em várias aplicações reais quando se transporta produtos de baixa densidade, não há estudos com relação especificamente à seleção e dimensionamento de frota heterogênea durante a criação de rotas com restrição de janela de tempo e carregamento tridimensional de veículos.

Conforme o levantamento feito anteriormente, foi possível identificar oportunidades onde este trabalho fará suas contribuições com a discussão e questionamentos levantados em função da particularidade do problema de carregamento e roteamento de veículos integrados, conforme descrito na Tabela 3:

<b>Tópico</b>	<b>Descrição</b>	<b>Oportunidade</b>
Tempo de carregamento Solomon (1987); Taillard et al. (1993).	Normalmente o tempo de serviço é fixo na entrega e origem. Isso faz com que o cálculo de tempo das rotas e a revisão da janela de tempo se tornem mais simples pois é preciso somente propagar os tempos a partir do ponto de alteração.	Esta modelagem é aproximadamente válida para os casos onde o produto tem um peso considerável ou é granel (líquido ou sólido), contudo quando se considera a montagem do veículo e/ou a necessidade de empilhamento tridimensional é bastante razoável que a quantidade de itens carregados implique na variação do tempo de serviço (carregamento / descarregamento). Considerar isso no modelo, torna os cálculos mais caros computacionalmente, tendo em vista que toda inserção ou remoção de uma quantidade de itens demanda recálculo da rota inteira.
Movimentos com manutenção da orientação: Potvin e Rousseau (1995); Braysy e Gendreau (2005).	Os movimentos de melhoria local através da busca em vizinhança criada por operadores com k-opt, CROSS, Relocate etc buscam manter a sequência das entregas e ganhar eficiência computacional, facilitando os cálculos.	Para janelas de tempo muito estreitas esta lógica é imposta pela própria restrição temporal, contudo no caso de janelas um pouco mais amplas, a restrição de se avaliar ordens inversas limita possibilidades de acomodação de carga. Este fato ocorre pois a restrição de descarregamento na sequência inversa ao carregamento dos itens é um agravante no caso de cargas tridimensionais (caixas) tendo em vista que certas montagens limitam a conjugação de cargas e outras não.
Vizinhança limitada: Dullaert et al. (2002)	Os modelos tradicionais normalmente consideram que o veículo comporta as quantidades lineares (peso ou volume) dos produtos e que portanto todos os itens são iguais. Com isso pode-se supor que as rotas serão formadas por clientes próximos entre si. Desta forma, utiliza-se técnicas de limitação de vizinhança (por uma fração da distância máxima, ou ângulo).	A diminuição a priori de possibilidades de vizinhança pode ser arriscada no caso dos produtos que se destinam a clientes próximos não se combinarem entre si. Nestes problemas um cliente pode simplesmente ficar isolado com custo alto de entrega de pequeno volume, sem a oportunidade de conjugar a carga com outro cliente fora da rota tradicional, criando um custo adicional com a necessidade de veículos extras. Portanto esta estratégia é questionável como um todo para a aplicação integrada de carregamento e roteamento.
Múltiplas entregas no mesmo cliente: Moura e Oliveira (2007)	Modelos que permitem que mais de uma entrega seja feita no mesmo cliente têm pouca aderência prática no caso de cargas tridimensionais, tendo em vista o tempo e o custo de carregamento / descarregamento.	O descarregamento de cargas tridimensionais demanda o esforço de equipe de pessoal (estivadores ou motoristas) e máquinas (empilhadeiras ou esteiras). Se o mesmo veículo for ao cliente mais de uma vez para efetuar entregas fracionadas, o custo de mobilizar estes recursos e organizar o recebimento é muito grande na prática. O ideal é conseguir entregas completas dentro das janelas de tempo.
Frota heterogênea: Gendreau et al. (2006); Araújo (2006); Moura e Oliveira (2007).	Os algoritmos disponíveis trabalham com frota homogênea para o problema composto. Na prática contudo é raro o caso do sistema de transporte utilizar-se do mesmo tipo de veículo para todas as entregas.	O tratamento de frota heterogênea, assim como disponível no caso unidimensional de VRPTW, é necessário para casos práticos. A acomodação tridimensional da carga deve ser diferenciada mesmo para veículos que possuam mesmo volume nominal. Isso ocorre pois a combinação do par carga-veículo, pode ser melhor ou pior, dependendo-se de como se avalia a configuração.
Taxa de utilização como medida de eficiência: Bischoff e Ratcliff (1995); Loh e Nee (1992).	Praticamente todos os estudos sobre carregamento medem a relação entre o volume carregado e a capacidade do contêiner, sem levar em conta, nesta medida a forma como a carga é disposta.	Para o problema integrado de carregamento e roteamento é importante se avaliar como a carga está disposta considerando-se que deverá haver espaço disponível para que uma próxima entrega seja incluída. A relação entre a sequência de entrega e a forma de carregamento em cada tipo de veículo deve ser explicitada por alguma medida apropriada.

**Tabela 3: oportunidades da literatura para o 3L-FSMVRPTW**

### 3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

#### 3.1 Caracterização do Problema

Como extensão da nomenclatura sugerida por Gendreau et al. (2006), 3L-CVRP para o problema de carregamento tridimensional e roteamento de veículos capacitados, o problema investigado neste estudo será denominado 3L-FSMVRPTW (*three-dimensional loading fleet size and mix vehicle routing problem with time window*).

Na Tabela 4 há um resumo das informações tratadas pelo modelo proposto, e que significa que dado um conjunto de clientes e seus pedidos, o objetivo é definir uma frota viável (que respeite as restrições) e rotas econômicas (de menor custo) de atendimento que respeitem os horários de entrega:

Informação	Entrada	Saída
Depósito	Local de origem com horário de funcionamento	Sequência de partidas/retornos de veículos
Clientes	Localização de cada cliente, faixa de horário de atendimento e tempo de serviço	Rota a qual o cliente pertence e horário efetivo no qual se iniciará a entrega
Pedidos	Quantidades, peso e dimensões (largura x comprimento x altura) de cada item	Alocação de cada pedido em uma única rota em determinada posição no veículo
Frota	Tipos de veículos disponíveis com sua capacidade e suas dimensões (largura x comprimento x altura)	Quantidade de cada tipo de veículo que será necessária para efetuar as entregas

**Tabela 4: entradas e saídas para o 3L-FSMVRPTW**

A seguir tem-se a definição da função objetivo empregada no algoritmo proposto neste trabalho, assim como o detalhamento das restrições consideradas.

### 3.2 Estrutura da Função Objetivo

Como em Adenso-Díaz et al. (1998), para o modelo estudado neste trabalho foi criada uma função multi-objetivo hierárquica, que contempla três funções objetivo a serem avaliados seqüencialmente, composta da seguinte forma:

- **1º - Minimizar o número de veículos utilizados:** independente do tamanho de cada veículo busca-se reduzir o tamanho da frota. Quando possível, a carga dispersa em mais de um veículo é consolidada em um único. O motivo desta função está na avaliação da prática de custos de frete comuns no mercado, a saber, o custo fixo normalmente é muito superior ao custo variável (proporcional, principalmente, ao combustível consumido) e por isso percorrer maior distância com menos veículos é, na maioria das vezes, mais econômico do que o contrário;
- **2º - Minimizar a distância total:** a distância percorrida pelos veículos envolve todo o percurso, desde a saída e até retorno a origem assim como todos os trechos entre os clientes, na seqüência determinada. O objetivo desta função é diminuir os custos variáveis, tendo garantido que a quantidade de veículos é a menor possível;
- **3º - Maximizar a ocupação média:** considerando o conceito de ocupação descrito na heurística, o objetivo é conseguir veículos bem ocupados e evitar que veículos de dimensões maiores que o necessário, que normalmente têm custos fixos mais altos, sejam selecionados.

Ainda no modelo é possível incluir uma função de custo total, resultado do custo fixo de uso da frota mais o custo variável relativo à distância percorrida. Contudo esta função somente foi avaliada no final dos resultados computacionais como sugestão para comparações futuras com outros estudos sobre o problema.

### 3.3 Restrições do Modelo

A seguir estão listadas as características e restrições do modelo tratado no 3L-FSMVRPTW, e contempladas pelo algoritmo proposto neste trabalho:

- **Frota:**
  - **Heterogeneidade:** a frota de veículos para atender o conjunto de clientes é heterogênea, ou seja, as carroçarias (baús ou caçambas) têm dimensões distintas;
  - **Tridimensionalidade:** todo o veículo da frota tem formato de paralelepípedo com dimensões de largura, comprimento e altura - podem ser distintas por veículo (frota heterogênea);
  - **Capacidade:** cada veículo tem um limite de peso máximo e este pode ser distinto por veículo (frota heterogênea);
  - **Disponibilidade:** o número de veículos é ilimitado, de modo que todos os produtos possam ser entregues (desde que a janela de tempo seja factível);
  
- **Pedidos / Produtos:**
  - **Tridimensionalidade:** os produtos são transportados em unidades de embarque em formato de paralelepípedo. Estas unidades de embarque muitas vezes serão chamadas de caixas, mas podem ser paletes, fardos etc. As unidades de embarque podem ter dimensões distintas;
  - **Rotação:** dependendo do produto, a caixa pode ser rotacionada e posicionada em mais de uma maneira em relação aos eixos do veículo. A definição deste grau de liberdade é feita para cada caixa da instância avaliada;

- **Espaço útil:** não pode haver uma parte de qualquer caixa para fora das dimensões dos veículos; todas as caixas devem ser dispostas ortogonalmente às dimensões do veículo – comprimento, largura e altura;
  - **Estabilidade:** toda caixa deve ter pelo menos uma fração, definida *a priori*, de sua base apoiada sobre uma área plana e horizontal, podendo ser formado por outras caixas ou pelo piso do contêiner. Esta área de contato será chamada de suporte da caixa. Esta restrição é definida por um parâmetro, em porcentagem, antes da execução do algoritmo;
- **Atendimento aos clientes:**
    - **Unicidade:** todos os pedidos (caixas) devem ser entregues aos clientes em visita única. Portanto, não é permitida a divisão do pedido (*order splitting*) em múltiplas entregas;
    - **Janela de tempo:** os veículos devem se apresentar para entrega nos clientes até no máximo o final do período da janela de entrega. Se chegar antes do início do período, aguardará até o momento de início da janela de tempo;
    - **Descarregamento:** a seqüência de descarregamento deve ser respeitada, de modo que a retirada de uma caixa pela porta de saída do veículo não demande o movimento vertical ou horizontal de nenhuma caixa.

## 4 FUNDAMENTOS PARA CONSTRUÇÃO DO ALGORITMO

Neste capítulo estão descritos conceitos, heurísticas e idéias que constituem os fundamentos utilizados na construção do novo algoritmo proposto neste trabalho para o 3L-FSMVRPTW.

Como se observou no capítulo 2, tanto o problema de roteamento de veículos (VRP), quanto o problema de carregamento de contêiner (CLP), têm ampla literatura e pesquisa desenvolvida. Por outro lado, existem poucos trabalhos sobre a integração dos dois problemas e nenhum para frota heterogênea.

Sendo ambos VRP e CLP, problemas NP - difíceis, assim como suas variantes, como provado respectivamente por Lenstra e Rinnooy Kan (1981) e Garey e Johnson (1979), pode-se concluir facilmente que o problema integrado seja conseqüentemente NP - difícil. Seja por redução das caixas (unidades de embarque) a tamanhos granulares, onde não haveria necessidade de acomodação tridimensional, seja pela simplificação da roteirização a uma única entrega.

Dada esta complexidade do 3L-FSMVRPTW, soluções exatas em tempo computacional razoável são impraticáveis. Conseqüentemente, a grande maioria dos autores trabalha com heurísticas e meta-heurísticas na obtenção de boas soluções em tempos de processamento aceitáveis.

Neste trabalho foram avaliadas algumas estratégias de solução para o problema que combinam heurísticas de construção e de melhoria. As heurísticas foram escolhidas pelos critérios de:

- **Qualidade de solução:** bons resultados na média podendo perder alguma qualidade em casos específicos, mas de comportamento previsível na maioria das instâncias;

- **Robustez:** a qualidade do resultado deve variar pouco com relação à instância, ou seja, espera-se uma solução de qualidade independentemente do conjunto de dados avaliado;
- **Flexibilidade:** facilidade de implementação de novas restrições quando necessária a inclusão no modelo;
- **Desempenho:** baixa complexidade computacional, pois deverão ser executadas múltiplas vezes dentro da estrutura da estratégia de processamento, dependendo do tamanho da instância, até que se encontre uma solução considerada de boa qualidade.

Considerando todos estes aspectos estão apresentadas seqüencialmente (Tabela 5), os métodos, heurísticas e técnicas que foram usados como base teórica para o desenho do algoritmo apresentado adiante.

<b>Autor</b>	<b>Contexto Original</b>	<b>Uso no Algoritmo</b>
Liu e Shen (1999) Dullaert et al. (2002)	Fórmulas de seleção de veículos e formação de rotas para frota heterogênea.	Fase construtiva do algoritmo com introdução variável de ocupação do veículo como um componente do custo de seleção para frota heterogênea.
Braysy e Gendreau (2004)	Conjunto de operadores de troca para melhoria de soluções de roteamento de veículos.	Criação de operador de busca local. O operador engloba vários dos movimentos utilizados em outros estudos porém com maior esforço computacional, mas que gera maior variabilidade que é desejada.
George e Robinson (1995)	Tratamento de amalgamação de espaços, para o aproveitamento de regiões remanescentes da sequência de criação de camadas.	Extensão do conceito para qualquer região de ligação entre as camadas, não limitado a largura flexível e ao formato de "escada" gerado originalmente no algoritmo.
Cecilio e Morabito (2004)	Combinação de critérios de seleção, sobre o algoritmo de George e Robinson, para gerar maiores oportunidades de melhoria da solução	Em todos os pontos de escolha de critérios e decisão, foram permutadas as possibilidades de modo que foram criadas 336 alternativas de execução do algoritmo para escolha automática do melhor resultado para cada instância avaliada.
Gehring et al. (1990)	Criação de camadas independentes que podem ser intercambiadas. Os espaços são restritos para entrada de pares de caixa.	Os espaços são ampliados, permitindo a interseção entre as camadas através da amalgamação que ocorre na criação de cada nova camada.
Ngoi et al. (1994)	A estrutura de dados apresentada é rápida e eficiente para representar o problema tridimensional.	A utilização é praticamente direta, considerando contudo que o controle de espaços é específico para o algoritmo proposto.
Loh e Nee (1992)	Propõe uma medida de resultado de empacotamento chamada de envelopamento.	Criação de uma medida voltada para a qualidade do empacotamento no veículo - a ocupação - tendo em vista o espaço aproveitável para a inserção de pedidos de paradas antecedentes (LIFO).

**Tabela 5: base teórica utilizada na criação do algoritmo**

## 4.1 Heurísticas de Construção para Roteamento de Veículos

Por estudos anteriores, segundo Liu e Shen (1999) já se demonstrou que algoritmos que se concentram em melhorar uma solução inicial pobre, não têm um bom resultado num curto horizonte de tempo de processamento. Tendo em vista este fato, serão discutidos métodos construtivos para que se encontre uma solução de boa qualidade para ser melhorada em uma etapa subsequente, através de busca local ou outro mecanismo de melhoria.

Nesta seção tem-se a descrição dos métodos para construção de solução para o FSMVRPTTW (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem Time Windows*), a saber:

- **Método de Golden et al. (1984):** extensão das fórmulas de Clarke e Wright (1964) com a incorporação do custo de aquisição (custo fixo) dos veículos, sem, contudo, incorporar janela de tempo;
- **Método de Liu e Shen (1999):** como uma evolução das idéias de Golden et al. (1984) é um método paralelo de economias inspirado no método de inserção seqüencial de Solomon (1987) que contempla janela de tempo, porém ao invés de ligar rotas, uma rota é inserida dentro de outra;
- **Método de Dullaert et al. (2002):** similar ao método de Liu e Shen (1999) quanto à base teórica, contudo é um método seqüencial de inserção com resultados superiores ao de Liu e Shen (1999).

Inicialmente o método recebe como dados, um depósito central e um conjunto de clientes  $\{1,2,\dots,n\}$  com suas demandas  $\{q_1, q_2, \dots,q_n\}$  e uma matriz de distância  $d_{i,j}$  e o tempo de trânsito  $t_{i,j}$ . Com isso os clientes são conectados em rotas e veículos, através da avaliação e seleção de melhores posições com o uso de uma das fórmulas discutidas adiante.

Golden et al. (1984) propuseram um conjunto de fórmulas de avaliação como uma extensão da fórmula básica de economia de Clarke e Wright (1964) para construção de solução do problema original de VRP.

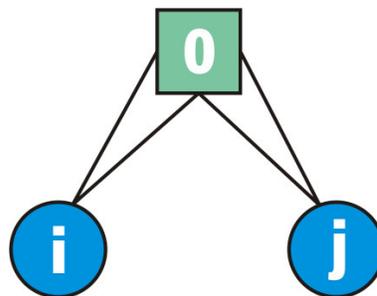
Seja  $c_{i,j}$  o custo de viajar do cliente  $i$  para o cliente  $j$ . Este pode ser, por exemplo, a distância  $d_{i,j}$  ou o tempo de trânsito  $t_{i,j}$  entre os clientes. E seja o índice 0 referente ao depósito central.

A combinação de duas rotas distintas para atender os clientes  $i$  e  $j$ , caso satisfaça a restrição de capacidade do veículo, é possível de ser avaliada como promissora segundo vários critérios.

Segundo Clarke e Wright (1964) a avaliação se dá por uma função de economias (CW) expressa por:

$$S_{i,j} = c_{i,0} + c_{0,j} - c_{i,j}$$

Se  $S_{i,j}$  for positivo, significa que há um ganho ao consolidar a rota 0-i-0 e a rota 0-j-0, numa única rota, 0-i-j-0, veja Figura 5. E com esta medida pode-se incluir cliente a cliente em rotas previamente criadas, desde que a inclusão mantenha a rota factível com relação à capacidade do veículo, ou, caso contrário, novas rotas são criadas.



**Figura 5: interpretação do algoritmo de economias**

Como a proposta original da fórmula de economias somente contempla frota homogênea, não há diferenciação de custo fixo na seleção de determinado veículo. No trabalho de Golden et al. (1984) os autores propõem novas métricas que

contemplam o custo de aquisição dos veículos (custo fixo) que permitem a escolha da composição da frota não-homogênea. Cada uma das fórmulas a seguir foi proposta para avaliação e discussão de qual realmente melhor se aplicava na decisão sobre o perfil da frota (custo fixo) conjuntamente com as rotas a serem seguidas (custo variável). A escolha de uma das fórmulas é feita em função dos resultados práticos que esta pode trazer:

- **Economias combinadas (*Combined Savings - CS*):** Seja  $F(z)$  a função que encontra o custo fixo do menor veículo capaz de servir uma rota com a demanda total de  $z$ . Se  $k$  é o primeiro ou último cliente da rota, define-se  $z_k$  para o total da demanda servida nesta rota. De forma direta, duas rotas com demanda  $z_i$  e  $z_j$  podem ser combinadas usando um veículo  $F(z_i + z_j)$ , caso este veículo exista. A economia desta combinação é dada por:

$$(CS) \quad S^1_{ij} = S_{ij} + F(z_i) + F(z_j) - F(z_i + z_j)$$

- **Oportunidade Otimista de Economia (*Optimistic Opportunity Savings - OOS*):** Visto que possíveis economias podem ser ignoradas em combinações futuras, a métrica CS tende miopemente combinar rotas. A alternativa para evitar isso é considerar o potencial de economia extra devido à capacidade do veículo não utilizada depois que as rotas foram combinadas. Esta métrica é definida da seguinte maneira: seja  $P(z)$  a função que encontra a capacidade do menor veículo capaz de servir a demanda  $z$ , então a economia é dada por:

$$S^2_{ij} = S^1_{ij} + F(P(z_i + z_j) - z_i - z_j)$$

- **Oportunidade Realista de Economia (*Realistic Opportunity Savings - ROS*):** A fórmula anterior OOS assume que sempre a capacidade excedente será possível de ser aproveitada, mas isso nem sempre é verdade. Logo, para evitar a super combinação de rotas os autores propuseram outra métrica que só inclui na fórmula a oportunidade de economia os casos onde a combinação das rotas requer um veículo maior do que os dois que estão sendo usados separadamente em cada rota, ou seja, se  $P(z_i + z_j) > P(\max(z_i, z_j))$ . E ainda o valor da oportunidade de

economia será o custo fixo do maior veículo, com capacidade menor ou igual a capacidade não utilizada depois da combinação das duas rotas, a diferença  $P(z_i + z_j) - (z_i + z_j)$ . Seja, portanto,  $F'(z)$  a função que encontra custo fixo do maior veículo cuja capacidade é menor ou igual a  $z$ . Então a fórmula do ROS é dada por:

$$S^3_{ij} = S^1_{ij} + \delta(z) F'(P(z_i + z_j) - z_i - z_j) \text{ , onde}$$

$$\delta(z) = 0 \text{ se } P(z_i + z_j) - P(\max(z_i, z_j)) = 0 \text{ ou}$$

$$\delta(z) = 1 \text{ se } P(z_i + z_j) - P(\max(z_i, z_j)) > 0$$

- **ROS<sub>λ</sub>** : Por fim, foi proposta uma última fórmula idêntica à anterior porém com avaliação para diversos valores de  $\lambda$  (entre 0 e 1) de modo a se suavizar a influência do custo entre os nós,  $c_{i,j}$  :

$$S^4_{ij} = S^3_{ij} + (1 - \lambda) c_{i,j}$$

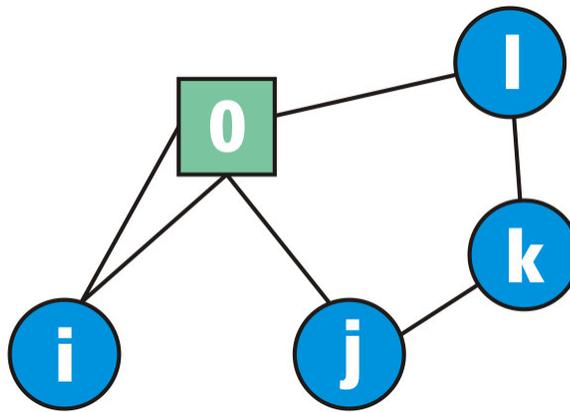
Como observado anteriormente por Liu e Shen (1999), no VRP com frota heterogênea, o método das economias de Golden, é adequado para o problema de seleção de veículos para composição de frota e suas rotas. Mas como apresentado por Solomon (1987), o mesmo não gera boas soluções no VRP com janela de tempo. Como para o VRPTW a heurística de inserção de Solomon (1987) teve bons resultados, Liu e Shen (1999) propuseram uma heurística de inserção baseado nas funções de economia, de tal forma que se aproveitou as qualidades dos métodos apresentados aos problemas em separado.

Liu e Shen (1999) propuseram uma nova heurística construtiva onde as funções de economias CS, OOS e ROS apresentadas anteriormente são modificadas. Esta mudança é feita para contemplar as várias opções de inserção de trechos de rota que podem existir na combinação de duas rotas e para também que seja calculada a possível economia com relação ao início de serviço em função da janela de tempo.

Sejam então TIPO I e TIPO II as representações dos conjuntos de rotas que contém um cliente e dos conjuntos que contém mais de um cliente, respectivamente.

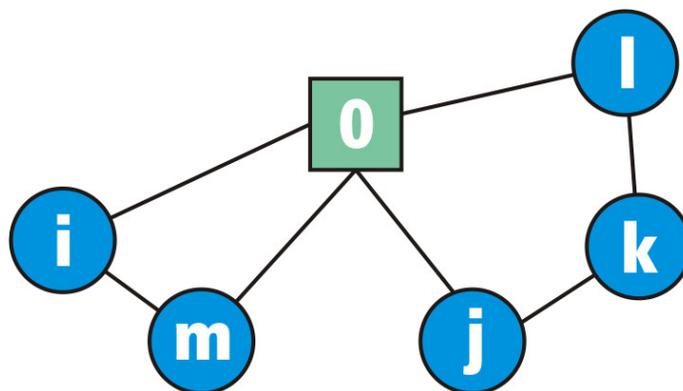
As possíveis combinações são:

- **TIPO I com TIPO I:** pode ser visto como a inserção do cliente  $i$  no arco  $(0,j)$  ou no arco  $(j,0)$ . Isto resulta nas seguintes possibilidades de rota  $(0-i-j-0)$  e  $(0-j-i-0)$  (veja Figura 5 como referência);
- **TIPO I com TIPO II:** cada arco  $(0,j)$  e  $(l,0)$  pode ser visto como candidato a uma posição na qual podemos inserir  $i$ . Assim as possibilidades resultantes são  $(0-i-j-k-l-0)$  e  $(0-j-k-l-i-0)$ , observe Figura 6:



**Figura 6: combinação de tipo I com tipo II**

- **TIPO II com TIPO II:** podemos perceber que a inserção de um cliente generalizado  $(i-m)$  e do cliente generalizado invertido  $(m-i)$  pode resultar em  $(0-i-m-j-k-l-0)$ ,  $(0-m-i-j-k-l-0)$ ,  $(0-j-k-l-i-m-0)$  e  $(0-j-k-l-m-i-0)$ .



**Figura 7: combinação de tipo II com tipo II**

E para avaliar as economias destas inserções deve-se verificar primeiro as questões de factibilidade de cada inserção com relação a janelas de tempo de entrega  $(a_i, b_i)$  nos clientes  $i$ , assumindo que é possível ignorar a janela no depósito por uma simples transformação nos dados.

Para avaliação da factibilidade, seja  $D_i$  o momento da saída do veículo do cliente  $i$  em uma rota factível, e  $LT_i$  o último momento no qual o cliente  $i$  pode ser atendido dentro de uma rota factível, e seja  $s(i)$  o cliente que imediatamente sucede o cliente  $i$ . A seguinte expressão recursiva pode ser usada para determinar  $LT_i$  :

$$LT_i = \min ( b_i , LT_{s(i)} - t_{i,s(i)} )$$

Para os casos anteriores, a verificação é simples:

O veículo deve chegar ao cliente  $k$  antes do momento especificado como o último instante factível para efetivação do serviço:

$$D_i + t_{i,k} \leq b_k$$

O novo horário de chegada em  $j$ , após a inserção, não pode exceder o máximo horário de saída  $LT_j$  para que seja mantida a factibilidade dos sucessores do cliente  $j$ , logo deve-se ter:

$$\max ( a_k , D_i + t_{k,j} ) + t_{k,j} \leq LT_j$$

Para o caso de inserção de cliente generalizado de rota TIPO II em rota TIPO II a verificação de factibilidade exige operações mais complexas. Seja  $TWT_r$  o tempo de espera total na rota  $r$ .  $D^{novo}_i$  o novo momento de partida no cliente  $i$  se uma operação de inserção é feita.  $SHIFT_i$  a diferença entre o novo e o antigo horário de partida do cliente  $i$ ,  $D^{novo}_i - D_i$ .

Considere que a rota TIPO II,  $r^1$  é inserida na rota TIPO II,  $r^2$ . Faça  $f$  e  $g$  representarem, respectivamente, o primeiro e o último clientes servidos na rota  $r^1$ . Têm-se então as seguintes quantidades:  $D^{novo}_f = \max(a_f, D_i + t_{i,f})$  e  $DESL_f = D^{novo}_f - D_f$ . E com estes valores o novo momento de saída do cliente  $g$  pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$D^{novo}_g = D_g + \max(DESL_f - TWT_{r^1}, 0)$$

A expressão anterior mostra que é possível se deslocar no tempo o cliente  $g$  devido ao cliente  $f$  ter sido parcialmente absorvido pelo tempo de espera  $TWT_{r^1}$  quando o  $D^{novo}_g$  é calculado.

Considerada a factibilidade, Liu e Shen (1999) revisaram as fórmulas de economias com vistas à restrição temporal, de modo que a seleção para combinação contemplasse tal fator. Assim como a factibilidade, as modificações nas fórmulas são feitas para cada um dos três cenários de combinação:

Inserção de rota TIPO I no arco  $(i^{II}, j^{II})$  de rota TIPO II: seja  $k^I$  um cliente de uma rota do TIPO I. O custo de viagem será reduzido de  $2c_{0,k^I} + c_{i^{II},j^{II}}$  enquanto se paga um custo extra de  $c_{i^{II},k^I} + c_{k^I,j^{II}}$  portanto a economia será de  $2c_{0,k^I} + c_{i^{II},j^{II}} - c_{i^{II},k^I} - c_{k^I,j^{II}}$  e uma possibilidade de se manter a factibilidade da rota para futuras inserções é para o cliente  $j^{II}$ , minimizar sua antecipação de atendimento devida a inserção do cliente  $k^I$ . Então a custo de oportunidade temporal é de  $D^{novo}_{j^{II}} - D_{j^{II}}$ .

Em contraste com a função de economias de Clarke e Wright (1964)  $S_{i,j}$  para o problema de VRPTW com frota heterogênea Liu e Shen (1999) propõe a revisão das fórmulas de Golden et al. (1984) da seguinte maneira:

- **Modified Savings – MS:**

$$MS (i^{II}, k^I, j^{II}) = w (2 C_{0,kI} + C_{iII, jII} - C_{iII, kI} - C_{kI, jII}) - (1-w) (D^{novo}_{jII} - D_{jII}),$$

onde  $0 \leq w \leq 1$

- **Modified Combined Savings - MCS**

$$MCS (i^{II}, k^I, j^{II}) = MS (i^{II}, k^I, j^{II}) + F(z^I) + F(z^{II}) - F(z^I + z^{II})$$

- **Modified Optimistic Opportunity Savings - MOOS**

$$MOOS (i^{II}, k^I, j^{II}) = MCS (i^{II}, k^I, j^{II}) + F(P(z^I + z^{II}) - z^I - z^{II})$$

- **Modified Realistic Opportunity Savings - MROS:**

$$MROS (i^{II}, k^I, j^{II}) = MCS (i^{II}, k^I, j^{II}) + \delta(z) F'(P(z^I + z^{II}) - z^I - z^{II})$$

- **MROS com o parâmetro  $\lambda$**

$$MROS (i^{II}, k^I, j^{II}) = MCS (i^{II}, k^I, j^{II}) + \delta(z) F'(P(z^I + z^{II}) - z^I - z^{II})$$

Inserção de TIPO I no arco de outra rota TIPO I: é um caso especial da instância anterior onde fazemos ou i ou j das equações anteriores serem o depósito central 0. Para o uso das fórmulas anteriores basta trocarem os sobrescritos I e II pelas notações I1 e I2 de rotas TIPO I, respectivamente. Por exemplo, no caso de MCS temos:

$$MCS (i^{I2}, k^{I1}, j^{I2}) = MS (i^{I2}, k^{I1}, j^{I2}) + F(z^{I1}) + F(z^{I2}) - F(z^{I1} + z^{I2})$$

Inserção de um cliente generalizado ( $f^{II1} - \dots - g^{II1}$ ) de uma rota TIPO II em um arco ( $i^{II2}, j^{II2}$ ) de outra rota TIPO II: o custo de viagem será reduzido de  $C_{0,fII1} + C_{gII,0} + C_{iII2, jII2}$  enquanto se paga um custo extra de  $C_{iII2, fII1} + C_{gII1, jII2}$  portanto a economia será de  $C_{0,fII1} + C_{gII,0} + C_{iII2, jII2} - C_{iII2, fII1} - C_{gII1, jII2}$ .

Para se manter uma base de cálculo igual o custo de oportunidade temporal usado nos dois casos acima é dado por  $(D^{novo}_{jII2} - D_{jII2}) / \text{cus}^{II1}$ , onde o  $\text{cus}^{II1}$  é o

número de clientes padrão que compõe o cliente generalizado ( $f^{II1} - \dots - g^{II1}$ ). Desta forma o cálculo da economia CW modificado para o caso TIPO II e TIPO II pode ser expresso como:

$$MS(i^{II2}, f^{II1}, g^{II1}, j^{II2}) =$$

$$W(C_{0,f^{II1}} + C_{g^{II1},0} + C_{i^{II2},j^{II2}} - C_{i^{II2},f^{II1}} - C_{g^{II1},j^{II2}}) - (1/w)(D^{novo}_{j^{II2}} - D_{j^{II2}}) / cus^{II1}$$

E as outras fórmulas são derivadas da mesma forma feita para o caso 1. Por exemplo, a fórmula da economia combinada é dada por:

$$MCS(i^{II2}, f^{II1}, g^{II1}, j^{II2}) = MS(i^{II2}, f^{II1}, g^{II1}, j^{II2}) + F(z^{II1}) + F(z^{II2}) - F(z^{II1} + z^{II2})$$

Dullaert et al. (2002), argumenta que a heurística de Liu e Shen (1999) tem alto custo computacional pois avalia cada inserção de cada rota em outra, em ordem direta e reversa, em todas os possíveis locais para diferentes parâmetros de entrada. No sentido de encontrar um mecanismo mais eficiente, Dullaert et al. (2002) propõe estender a heurística de inserção seqüencial de Solomon (1987) e adaptar as fórmulas de Golden et al. (1984) para o problema FSMVRPTW, como será observado a seguir:

Uma rota pode começar com a ligação do cliente mais distante ao depósito central. Depois de iniciada a rota, o critério de inserção  $c1(i,u,j)$  é utilizado para calcular a melhor posição de inserção de cada cliente  $u$  ainda não visitado na rota parcial  $(i_0, i_1, i_2, \dots, i_m)$ , entre dois clientes  $i$  e  $j$ .

O critério  $c1(i,u,j)$  considera a distância adicional  $c_{11}(i,u,j)$  e o tempo  $c_{12}(i,u,j)$  para servir o cliente  $u$  mais possível custo de troca de veículo, que é uma das fórmulas adaptadas do conceito de economia exposto adiante. Logo, o critério de avaliação de posicionamento de  $u$  é calculado da seguinte maneira:

$$c1(i, u, j) = \min [ c1(i_{p-1}, u, i_p) ] \text{ para todo } p, \text{ onde}$$

$$c1(i, u, j) = \alpha_1 * c_{11}(i, u, j) + \alpha_2 * c_{12}(i, u, j) + \alpha_3 * c_{13}(i, u, j)$$

$$c_{11}(i, u, j) = d_{i,u} + d_{u,j} - \mu * d_{i,j}$$

$$c_{12}(i, u, j) = b_j^{nov0} - b_j$$

$$c_{13}(i, u, j) = \text{ACS, AOOS ou AROS}$$

$$c_2(i, u^*, j) = \max [ c_2(i, u, j) ], \text{ para todo } u \text{ não roteado e factível}$$

$$c_2(i, u, j) = \lambda * (d_{0,u} + t_{0,u} + s_u + F(q_u)) - c_1(i, u, j),$$

onde  $\lambda \geq 0$ ,  $s_u$  é o tempo de serviço do cliente  $u$  e  $F(q_u)$  é o custo fixo do menor veículo capaz de carregar a quantidade  $q_u$ .

O critério de inserção  $c_1(i,u,j)$  procura a posição que minimiza a média ponderada entre distância e tempo para incluir o cliente numa rota parcial, considerando o custo do veículo. Os pesos alfa são usados para guiar a solução para distintos ótimos locais. O critério de seleção  $c_2(i,u,j)$  tenta maximizar o benefício de se incluir um cliente numa rota parcial ao invés de criar uma nova rota direta.

Para adaptar o conceito de economia de Golden et al. (1984) para a heurística de inserção de Dullaert et al. (2002), define-se  $Q$  a carga no veículo na rota e  $Q'$  a capacidade máxima do veículo. A nova carga de um veículo e sua possível nova capacidade depois da inserção, são denotados respectivamente por  $Q^{nov0}$  e  $Q'^{nov0}$ . A adaptação dos conceitos pode ser resumida a seguir:

- **ACS (adapted combined savings):** é definido pela diferença entre o custo fixo do veículo capaz de transportar a carga antes de depois da entrada do cliente  $u$  na rota:  $(F(Q^{nov0}) - F(Q))$ .
- **AOOS (adapted optimistic opportunity savings):** onde a extensão do conceito fica como  $F(Q'^{nov0} - Q^{nov0})$ , isto é, o custo fixo do menor veículo que pode servir a capacidade não excedente igual a  $Q'^{nov0} - Q^{nov0}$ . Logo, AOOS fica definido como sendo a seguinte formulação:

$$(F(Q^{nov0}) - F(Q)) - F(Q'^{nov0} - Q^{nov0})$$

- **AROS (adapted realistic opportunity savings:** usa o custo fixo do maior veículo menor ou igual a capacidade excedente (função  $F'$ ) somente se um maior veículo é requerido para servir a rota parcial depois da inserção do novo cliente. Considerando  $\delta(w)$  como sendo 0 se  $w=0$  e 1 se  $w > 0$ , a formula adaptada é:  $(F(Q^{novo}) - F(Q)) - \delta(w) * F'(Q^{novo} - Q^{novo})$ , onde  $w = P(z_i + z_j) - P(\max(z_i, z_j))$ .

## 4.2 Métodos de Melhoria de Soluções

Os algoritmos de roteirização em geral possuem uma fase construtiva, como apresentada, por exemplo, por Clarke e Wright (1964), e sobre o resultado desta fase normalmente se aplica um método de melhoria com o intuito de obter soluções. Estas heurísticas de melhoria criam novas soluções a partir de modificações na solução incumbente, através do uso de operadores de geração de vizinhança. A melhoria pode ser obtida pela aplicação de busca local isoladamente ou em um arcabouço meta-heurístico que pode manipular vários operadores, recursos de memória, aleatoriedade etc.

Na construção do algoritmo proposto neste trabalho será usado um mecanismo de melhoria que tem sua idéia inspirada nos diversos movimentos descritos nesta seção.

Há diferentes maneiras de se modificar uma solução em busca de se obter uma nova solução melhor do ponto de vista do objetivo proposto. Normalmente há um passo de modificação, onde se utiliza um operador de exploração de vizinhança, dentro de uma estrutura iterativa genérica como a seguir:

- **Passo 1** - Gerar uma solução factível;
- **Passo 2** - Modificar a solução corrente para obter nova e melhor solução factível;

- **Passo 3** - Repetir o passo 2 até que nenhuma melhoria seja mais possível (ou seja, o ótimo local seja alcançado).

A complexidade do passo 2 do procedimento genérico anterior, segundo Potvin e Rousseau (1995), é tipicamente polinomial, mas o número de iterações para se alcançar o ótimo é exponencial no pior caso. Contudo, a parte os casos patológicos, esta técnica rapidamente converge para um ótimo local.

Segundo Braysy e Gendreau (2005), para o desenvolvimento de um algoritmo de busca local é necessário responder as seguintes questões:

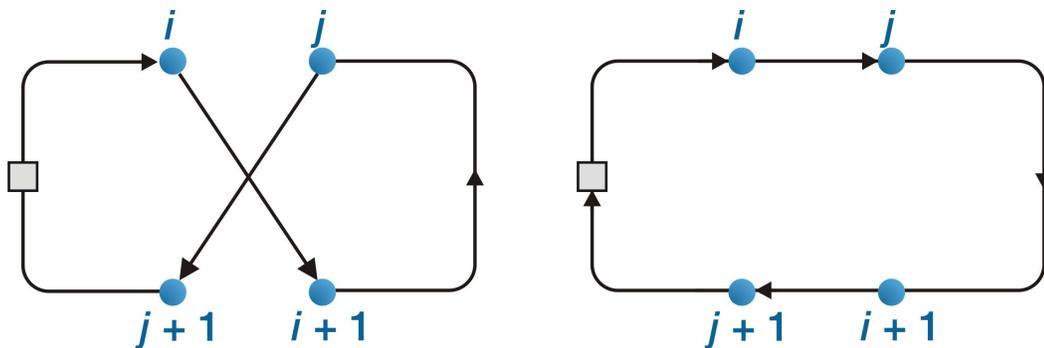
- Como uma solução inicial e factível é gerada?
- Como os movimentos de geração de vizinhança são definidos?
- Qual o critério de aceitação de soluções?
- Qual o critério de parada?

Os movimentos para geração de novos vizinhos são fundamentados em trocas de um ou mais atributos de uma dada solução. Em VRPTW, por exemplo, estes atributos podem ser arcos que conectam pares de clientes de uma determinada rota. Quando uma solução vizinha é identificada, ela é comparada em relação a solução corrente (geradora), considerando a função objetivo como critério de comparação. Se a solução corrente for pior que a vizinha, esta substitui a primeira. Os critérios de aceitação mais usados em VRPTW são “aceite-a-primeira” (*first-accept, FA*) e “aceite-a-melhor” (*best-accept, BA*). A estratégia *FA* seleciona a primeira solução vizinha que satisfaz o critério de aceite pré-definido. Já a estratégia *BA*, examina todos os vizinhos e seleciona o melhor entre eles.

O ótimo local produzido por uma busca local pode estar muito distante do ótimo global do problema. O critério de aceitação pode tornar a busca limitada, pois são selecionadas apenas soluções que melhorem imediatamente a função objetivo. A maioria dos mecanismos de “troca” para a geração de novas soluções em roteamento de veículos são algoritmos baseados em trocas de arcos.

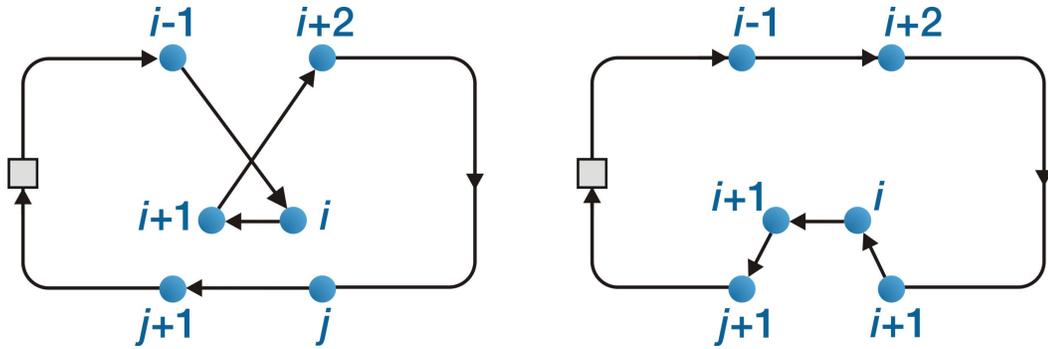
A vizinhança por troca de arcos de uma única rota é o conjunto de novos roteiros que podem ser obtido a partir de um arco inicial, repassando  $k$  arcos no lugar de outros. Este tipo de operação é chamado de  $k$ -trocas e a rota que não pode ser melhorado por  $k$ -trocas é chamado de  $k$ -ótimo. A Figura 8 ilustra a  $2$ -permutação ou  $2$ -opt, neste caso a busca é feita através de trocas de dois trechos por outros dois, ou seja, substituição de dois arcos de tal maneira a não desconfigurar a rota fechada. Este procedimento é realizado até que não existam mais possibilidades de melhoria.

Backer e Schaffer (1986) desenvolveram procedimentos de melhorias de rotas utilizando diferentes algoritmos na construção da solução. O objetivo constituía-se em prover reduções na distância, tempo de viagem e tempo de espera (*waiting time*). Os procedimentos utilizaram trocas do tipo  $2$ -opt e  $3$ -opt vistas em Lin (1965), movimentos intra-rotas e inter-rotas também foram testados. Foi concluído pelos autores que soluções de qualidades geralmente são obtidas a partir de boas soluções iniciais.



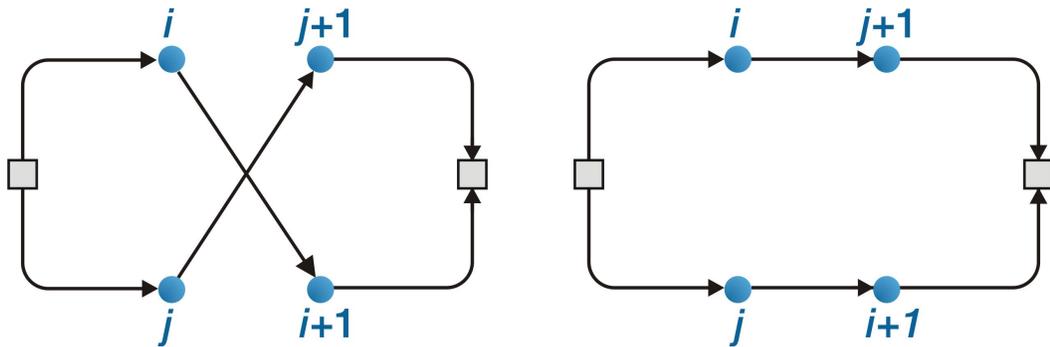
**Figura 8: Operador 2-opt - os arcos  $(i, i+1)$  e  $(j, j+1)$  são trocadas por  $(i, j)$  e  $(i+1, j+1)$ , dessa forma é invertida a direção dos clientes entre  $i+1$  e  $j$**

Outro operador similar e bastante utilizado é o  $Or$ -opt introduzido por Or (1976) para o Problema do Caixeiro Viajante (*Traveling Salesman Problem*). A idéia básica é realocar uma cadeia de  $l$  clientes consecutivos trocando três arcos do roteiro original por outras três sem modificar a orientação da rota (Figura 9).



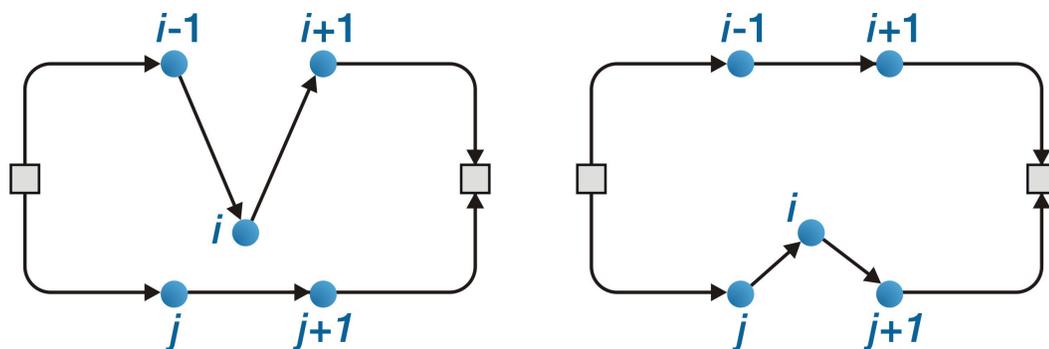
**Figura 9: operador Or-opt** - os clientes  $i$  e  $i+1$  são realocados para serem atendidos entre os clientes  $j$  e  $j+1$ . Isto é promovido pela troca de  $(i-1, i)$ ,  $(i+1, i+2)$  e  $(j, j+1)$  por  $(i-1, i+2)$ ,  $(i, j)$  e  $(i+1, j+1)$ , preservando a orientação da rota.

Potvin e Rousseau (1995) compararam diferentes heurísticas de melhoria para o VRPTW (*2-opt*, *3-opt*, and *Or-opt*) e introduziram uma nova, *2-opt\**. Este novo procedimento se baseia na combinação entre duas rotas, os últimos clientes de uma rota são introduzidos depois dos primeiros da outra, mantendo a orientação original das duas rotas. Este operador é ilustrado na Figura 10, onde os arcos  $(i, i+1)$  e  $(j, j+1)$  são substituídos por  $(i, j+1)$  e  $(j, i+1)$ . Uma aproximação híbrida, baseada em *Or-opt* e *2-opt\**, potencializam a busca alternando a vizinhança cada vez que um mínimo local é encontrado. Os autores também testaram uma implementação combinada dessas duas estratégias e aplicaram na solução inicial criada pela heurística I1 de Solomon (1987).



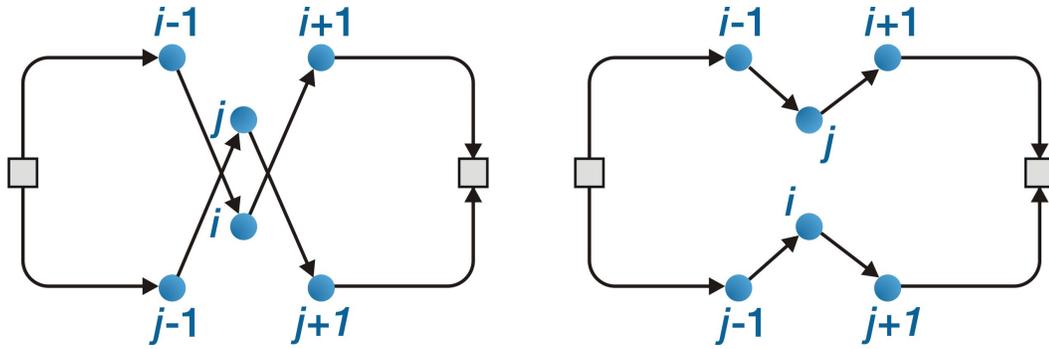
**Figura 10: operador 2-opt\*** - os clientes atendidos depois de  $i$  são realocados para serem atendidos após  $j$ ; e os clientes atendidos depois de  $j$  serão atendidos após  $i$ . Esta troca se dá substituindo  $(i, i+1)$  e  $(j, j+1)$  por  $(i, j+1)$  e  $(j, i+1)$ .

Prosser e Shaw (1996) compararam operadores *2-opt* intra-rotas baseados em Lin (1965) com os seguintes operadores inter-rotas: Realocação (*Relocate*), Permutação (*Exchange*) e *Cross* originalmente propostos para VRP clássico por Savelsbergh (1992). O operador *2-opt* trabalha com reversões de partes de uma única rota (Figura 8). Já o operador *Relocate* faz com que um cliente atendido por uma rota passe a ser atendido por outra (Figura 11).



**Figura 11: operador Relocate** - Os arcos  $(i-1, i)$ ,  $(i, i+1)$  e  $(j, j+1)$  são substituídas  $(i-1, i+1)$ ,  $(j, i)$  e  $(i, j+1)$ , ou seja, o cliente  $i$  foi retirado de uma rota e realocado em outra.

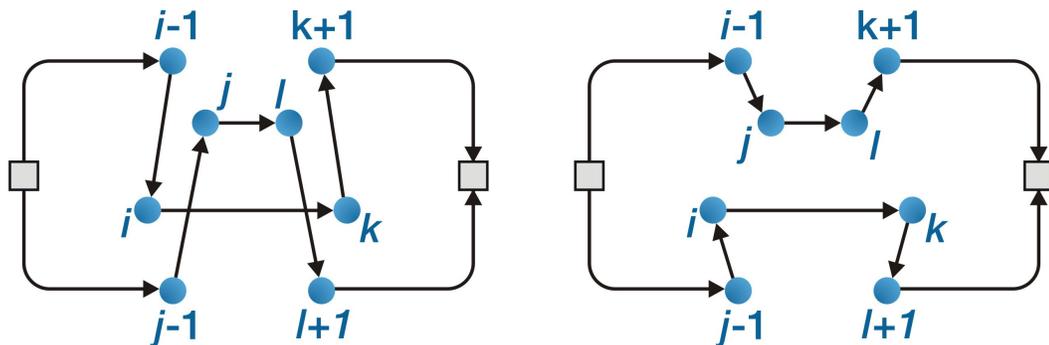
O operador de Permutação inverte dois clientes que são visitados por rotas diferentes. Na Figura 12 isso é ilustrado claramente. O cliente  $i$  que antes pertencia à rota superior pertencerá a rota inferior, por fim, o cliente  $j$  desta última rota será inserido na primeira. O *Cross* é similar ao *2-opt*\*



**Figura 12: operador Exchange** - os arcos  $(i-1, i)$ ,  $(i, i+1)$ ,  $(j-1, j)$  e  $(j, j+1)$  são substituídas por  $(i-1, j)$ ,  $(j, i+1)$ ,  $(i-1, i)$  e  $(i, j+1)$ . Dois clientes de rotas diferentes são simultaneamente trocado entre elas.

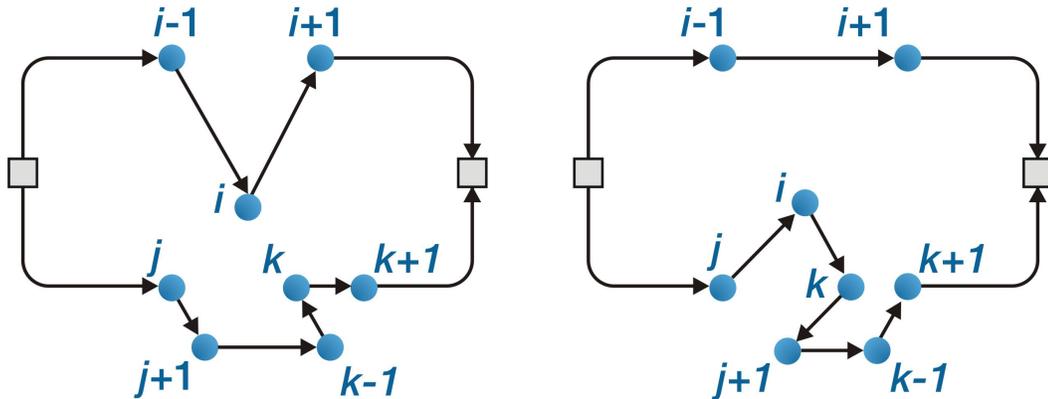
Outros dois operadores frequentemente utilizados são o *CROSS-permutação* (*CROSS-exchange*) introduzido por Taillard et al. (1997) e *GENI-permutação* (*GENI-exchange*) por Gendreau et al. (1992).

A idéia básica do *CROSS-exchange* é remover inicialmente dois arcos  $(i-1, i)$  e  $(k, k+1)$  de uma primeira rota, enquanto outros dois arcos são removidos da segunda  $(j-1, i)$  e  $(l, l+1)$ . Então o segmento  $i-k$  e  $j-l$ , que pode conter um número arbitrário de clientes, são permutados pela introdução de novos arcos  $(i-1, j)$ ,  $(l, k+1)$ ,  $(j-1, i)$  e  $(k, l+1)$ , como é ilustrado na Figura 13.



**Figura 13: operador CROSS-Exchange** - o segmento  $i-k$  da rota superior e o  $j-l$  da rota inferior são permutados entre as duas rotas, recombinação de trechos. Note que as orientações das duas rotas são preservadas.

O operador *GENI-exchange* é uma extensão da Realocação, onde o cliente também pode ser inserido entre outros dois de outra rota próxima, mesmo que estes dois não sejam consecutivos.



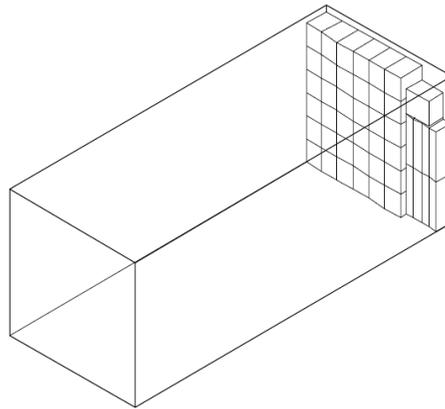
**Figura 14: operador GENI-exchange - realocação de um cliente de uma rota em outra próxima.**

O cliente  $i$  na rota superior é inserido na rota inferior entre os clientes  $j$  e  $k$  que estão próximos a  $i$ . Inicialmente  $i$  é eliminado da rota superior pela substituição dos arcos  $(i-1, i)$  e  $(i, i-1)$  por  $(i-1, i+1)$ . A inserção de  $i$  na rota inferior é realizada pela adição dos arcos  $(j, i)$  e  $(i, k)$ . Devido ao fato de  $j$  e  $k$  não serem consecutivos é necessário, para retornar a factibilidade a rota inferior, apagar os arcos  $(j, j+1)$  e  $(k-1, k)$  para realocar o trecho  $\{j+1, \dots, k-1\}$  (Figura 14).

### 4.3 Algoritmo de George e Robinson e Refinamentos

Esta seção trata da descrição da heurística de George e Robinson (1980) e seu refinamento apresentado por Cecílio e Morábito (2004). Estas informações serão aproveitadas adiante, tanto da idéia de amalgamação (união) de duas camadas quanto da combinação de critérios de decisão.

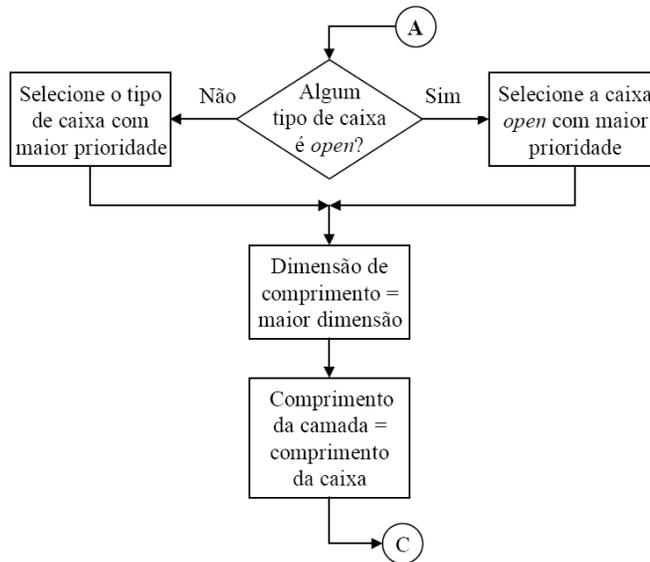
A heurística de George e Robinson (1980) baseia-se no carregamento do contêiner, camada por camada. Uma camada é uma seção do comprimento do contêiner na sua completa altura  $A$  e largura  $L$ , como mostra a Figura 15. O comprimento da camada é determinado pelo comprimento da primeira caixa colocada nela. Uma nova camada não deve ser iniciada até que a camada anterior esteja totalmente preenchida. Para que a camada tenha um tamanho viável, algumas restrições são impostas na escolha da primeira caixa. Outros tipos de caixas são considerados apenas para preencher espaços deixados dentro da camada, ou espaços combinados com espaços que sobraram em camadas anteriores, a chamada amalgamação.



**Figura 15: construção por camadas verticais**

Os fluxogramas a seguir foram extraídos de Cecílio e Morábito (2004).

Primeiramente, a escolha da caixa que vai entrar na camada, determina o comprimento da mesma segundo o fluxograma da Figura 16.



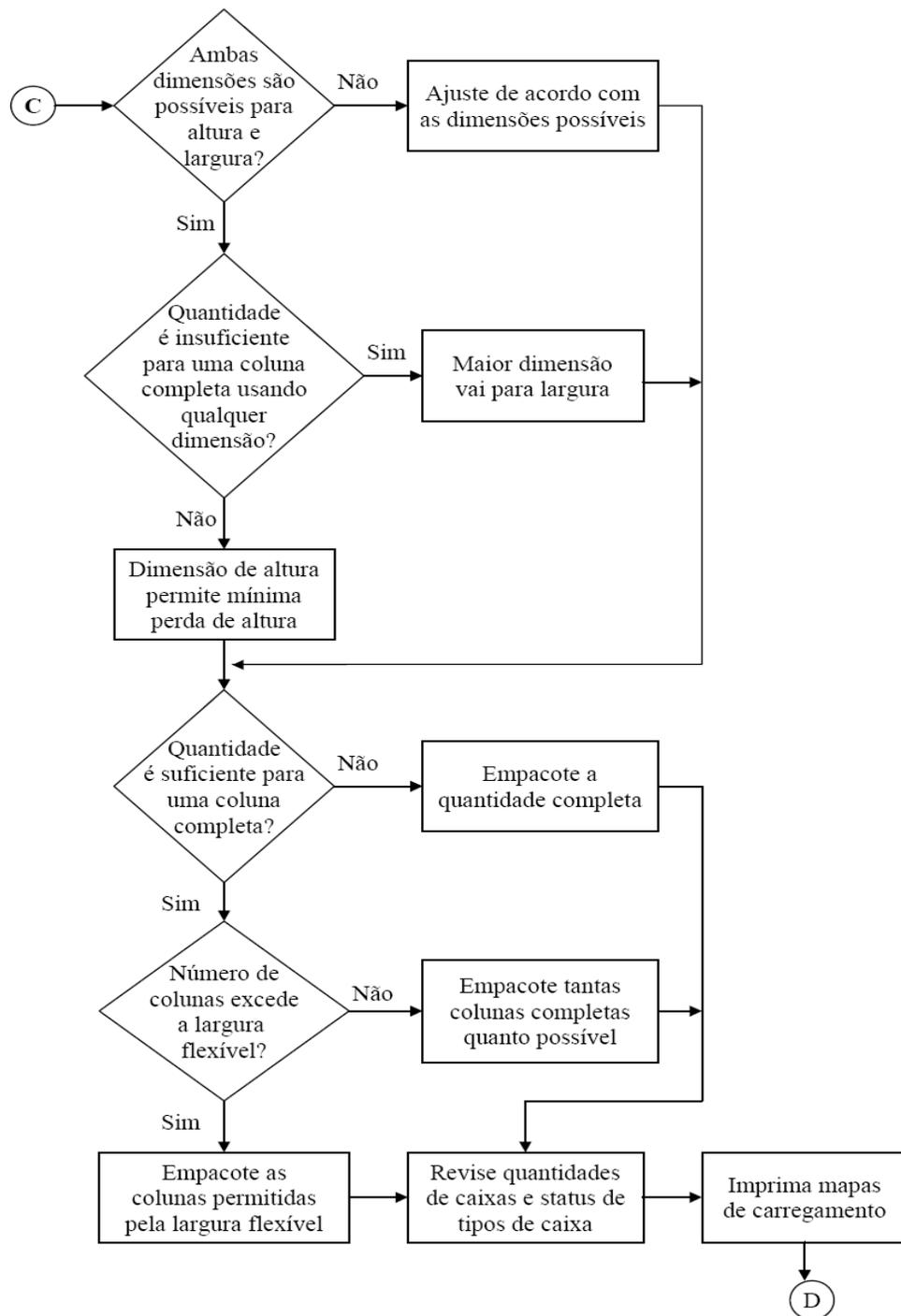
**Figura 16: escolha do tipo de caixa para uma nova camada**

O critério de prioridade referenciado anteriormente é dado por:

- Caixa com a maior das menores dimensões (a justificativa é que pode ser mais difícil arranjá-la depois);
- Caixa com a maior quantidade disponível (a justificativa é que uma maior quantidade pode preencher uma maior parte da camada);
- Caixa com a maior dimensão (isto antecipa o arranjo de caixas de dimensões desfavoráveis);
- No caso de empate no primeiro critério, o segundo critério é utilizado. Caso ocorra empate no segundo critério, utiliza-se o terceiro.

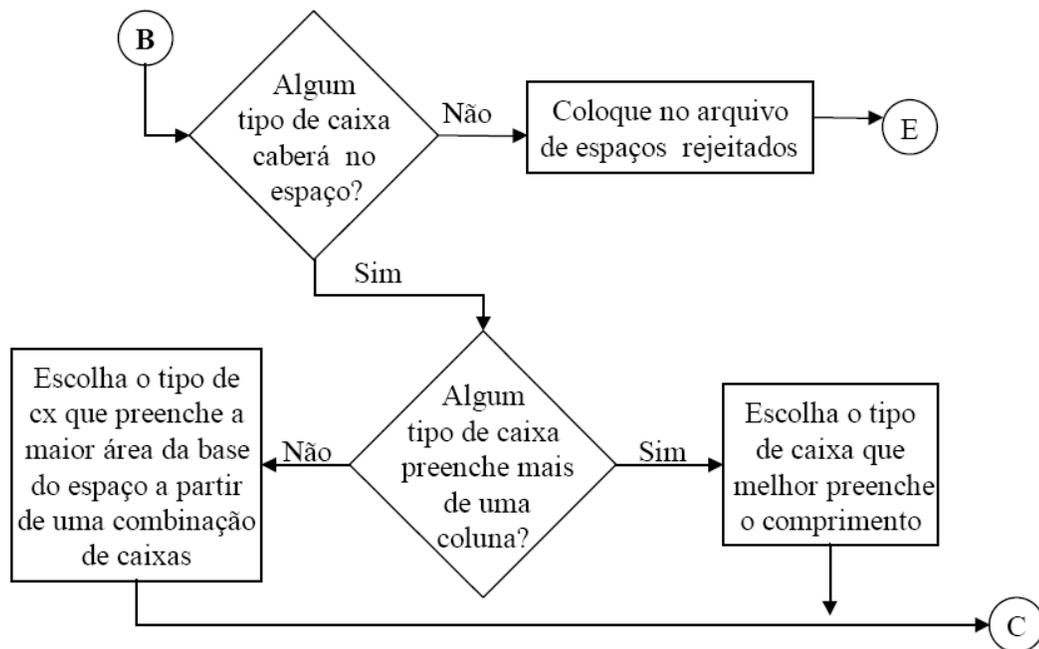
Um tipo de caixa que já tenha sido utilizado ao longo do procedimento é classificado como *open* (aberto). Considera-se que seja preferível utilizar um tipo de caixa aberto a um não aberto, para que caixas iguais sejam colocadas mais próximas umas das outras.

A seguir deve-se determinar em quais dimensões a caixa deve entrar e em que quantidade isso deve ocorrer. Observe a continuidade da heurística no fluxograma da Figura 17:



**Figura 17: escola das dimensões de largura e altura e quantidade de caixas**

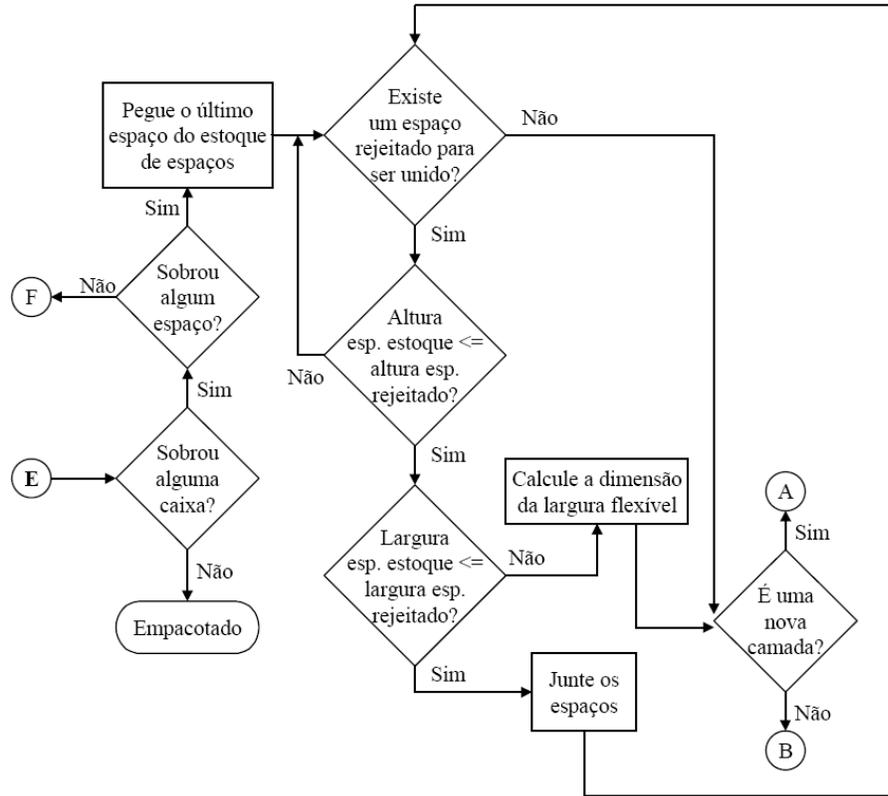
Após a inserção de caixas na camada ainda pode haver espaços a serem preenchidos e neste caso então se utiliza o procedimento definido no fluxograma da Figura 18 ao invés daquele utilizado na abertura de uma nova camada:



**Figura 18: escolha do tipo de caixa para espaços que sobraram na camada**

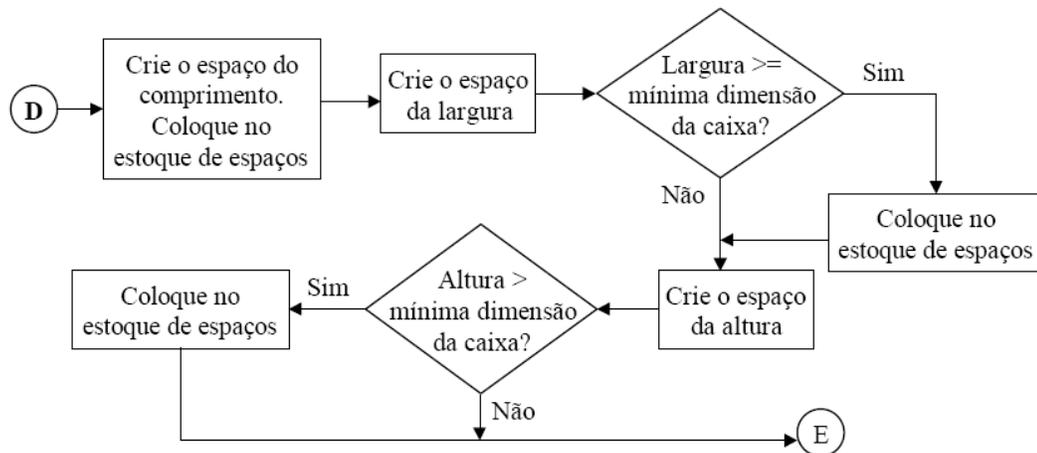
Este procedimento também define a dimensão de comprimento para a camada. Ele também verifica se algum tipo de caixa caberá no espaço que sobrou na camada. Ou seja, a caixa que proporciona a menor perda no comprimento do espaço é a escolhida e, então, permite-se que várias colunas dessa caixa preencham o comprimento do espaço. Caso haja empate entre caixas, escolhe-se a caixa com maior prioridade segundo o critério de prioridades. Tendo escolhida a caixa volta-se no fluxograma de definição de orientação e quantidade, Figura 17.

Caso não haja caixa que caiba no espaço que sobrou na camada, armazena-se o espaço no arquivo de espaços rejeitados e o fluxo segue como apresentado na Figura 18:



**Figura 19: escolha de novo espaço**

E, por fim, o fluxograma da Figura 20 trata de criar ou unir espaços disponíveis para possível reaproveitamento ao longo da composição da carga:



**Figura 20: criação de novos espaços**

As adaptações de Cecílio e Morábito (2004) na heurística de George e Robinson (1980) se dão, primeiramente, nas determinações de escolha de orientação, onde os autores fixaram orientação vertical das caixas. Esta escolha é bastante plausível no caso de carregamentos de paletes em veículos e traz benefício a qualidade do resultado da heurística. Num segundo momento, os autores adicionaram os critérios 4 e 5 a seguir para escolha das caixas, adicionalmente aos outros três inicialmente propostos:

4. Caixa com o maior volume;
5. Caixa com a maior razão dada por: maior dimensão / menor dimensão.

E sobre este conjunto de cinco critérios foram propostos dois métodos a seguir:

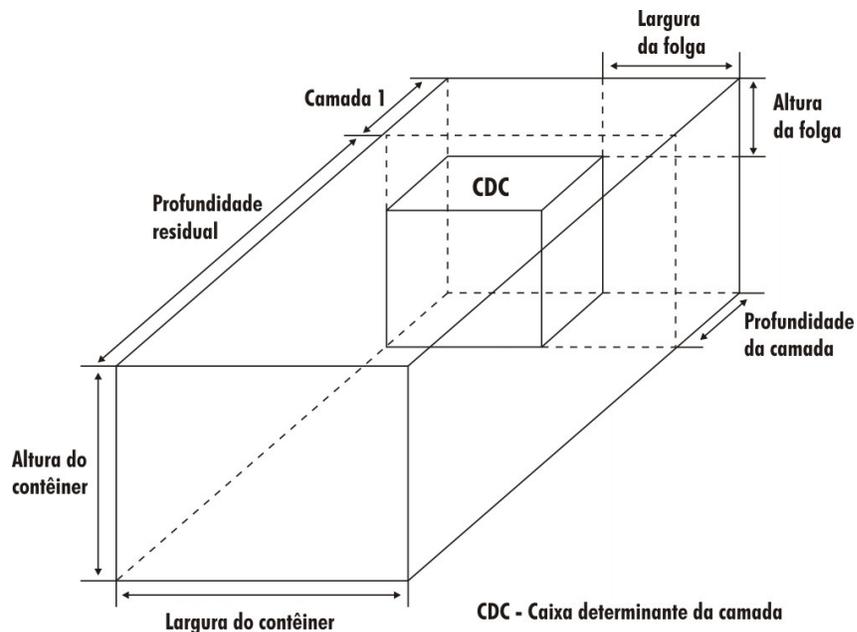
- **Método Arranjo:** avaliar todas as 60 possibilidades de arranjo combinatório dos critérios sobre a heurística de George e Robinson (1980);
- **Método Camada:** avaliar todas as 60 possibilidades de arranjo combinatório dos critérios sobre a heurística de George e Robinson (1980), contudo, dentro de cada camada.

#### **4.4 Algoritmo de Gehring, Menschner e Meyer**

A idéia de carregamento por pares e formação de camadas do algoritmo de carregamento de contêiner de Gehring et al. (1990) foi utilizada na construção do algoritmo deste trabalho com melhorias, e por isso é a apresentado a seguir.

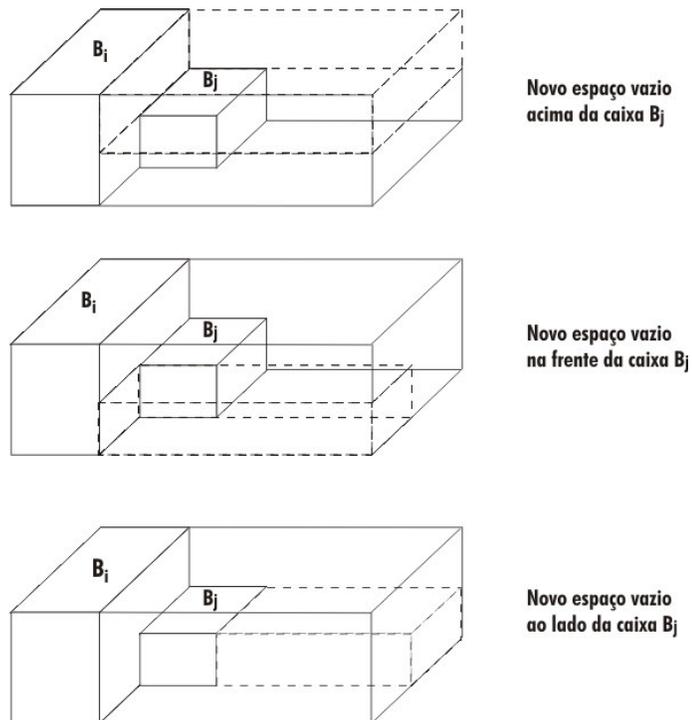
Em linhas gerais, o algoritmo é baseado nos seguintes elementos:

- As caixas são ordenadas em uma lista em ordem decrescente de volume e serão processadas nesta ordem. Quando carregada no veículo a caixa é removida desta lista.
- As caixas são empilhadas em camadas verticais e nenhuma caixa pode invadir a camada vizinha. Deste modo as camadas verticais podem ser movimentadas no veículo para se obter o devido balanço de carga.
- A profundidade da camada é definida pela inserção de uma caixa definidora da camada (CDC). Esta caixa é inserida a partir da posição mais próxima da origem definida do contêiner. Veja a seguir que a inserção da CDC define a camada e gera espaços ao lado e acima a serem preenchidos:



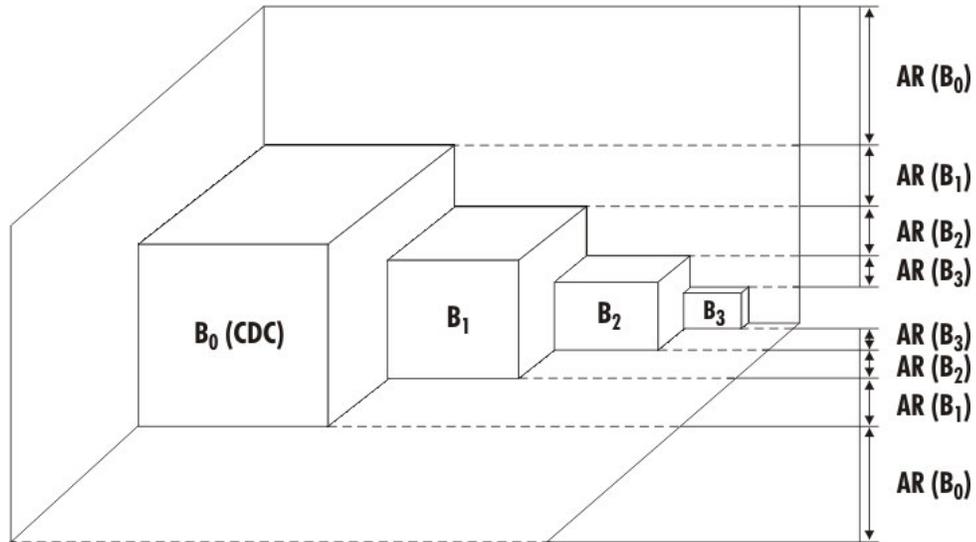
**Figura 21: nomenclatura do algoritmo de Gehring et al. (1990)**

- Os espaços vazios ao lado, a frente e acima da caixa, nesta ordem, serão preenchidos com o melhor par de caixas que caiba no espaço. O par escolhido para entrar no espaço é aquele que ocupar o maior volume possível. Observe a seqüência:



**Figura 22: definição dos espaços de Gehring et al. (1990)**

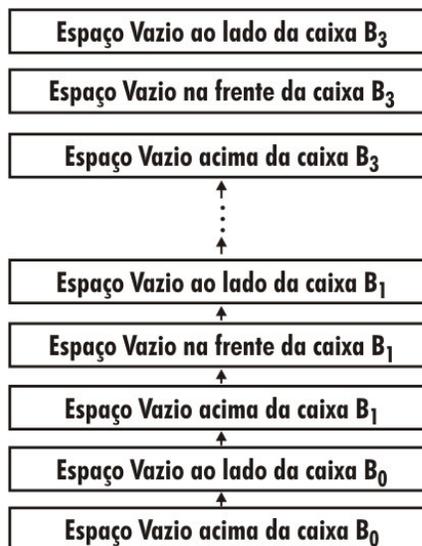
- A geração de planos alternativos neste algoritmo ocorre de duas maneiras:
  - **1)** pela definição previa de posições de colocação da CDC, em termos de suas rotações possíveis (máximo de 6) ;
  - **2)** alterar a ordem das caixas na ordem de avaliação, movendo para segunda, terceira, quarta ou subseqüentes posições na lista de caixas para escolha da CDC.
  
- O preenchimento das camadas é a parte principal da heurística. Enquanto houver espaços residuais na altura (AR) e em profundidade (PR) o algoritmo irá buscar pares de caixa a serem empacotados.



**Figura 23: espaços residuais**

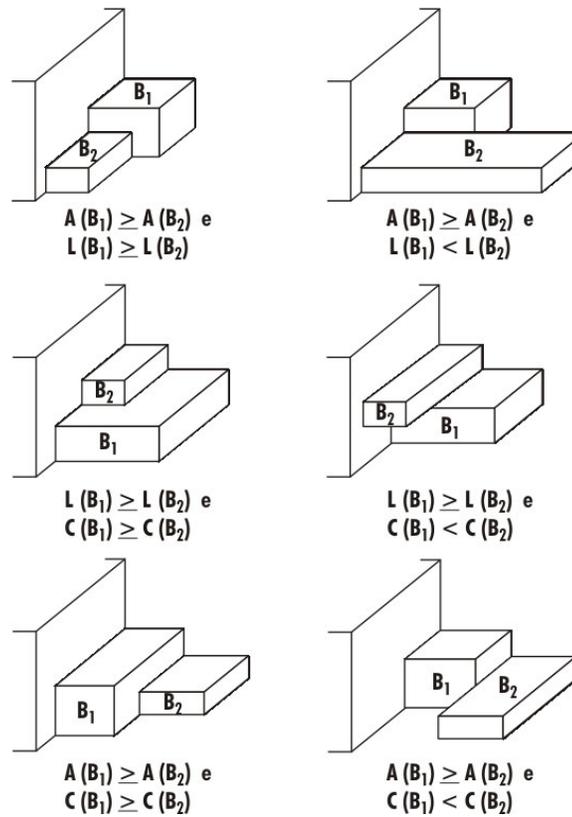
A última camada é a única que pode ser amalgamada com o espaço residual do veículo de modo que permita a entrada das últimas caixas.

Os espaços que são criados a partir da inserção de cada (par de) caixa são consumidos de uma pilha de espaços acumulados da seguinte forma:



**Figura 24: controle dos espaços vazios**

Após avaliar todos os espaços disponíveis na pilha contra todos os possíveis pares de caixa que se encaixam nestes espaços é selecionado o par entrante. A escolha se dá pelo critério de maior volume. E a posição de como ele será arranjado no espaço é classificado seguindo a ordem de prioridade, definido pelas opções esquerda para direita e de cima para baixo, na Figura 25:



**Figura 25: posições possíveis, onde A , L, C correspondem a altura, largura e comprimento, respectivamente**

## 4.5 Algoritmo de Ngoi, Tay e Chua

A seguir tem-se o algoritmo de Ngoi et al. (1994) e a importância deste para a criação do algoritmo proposto está na estrutura de dados sugerida pelos autores e no controle e busca de espaços vazios.

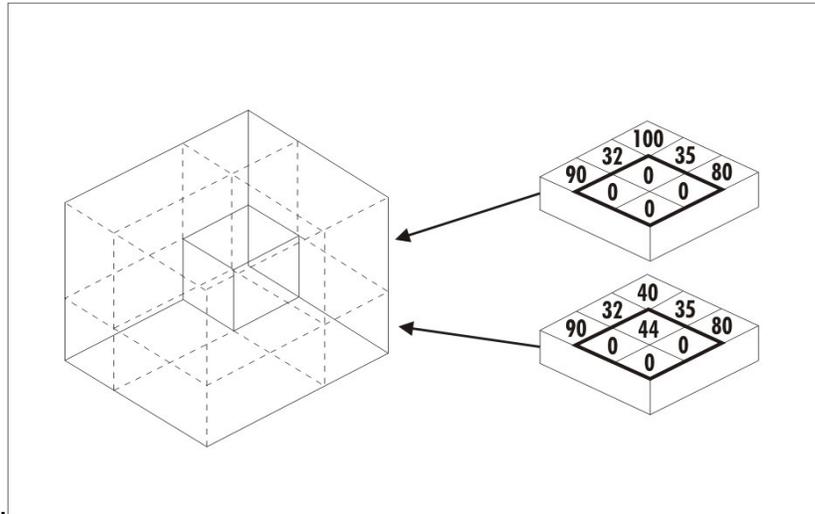
Esta heurística está baseada em três passos principais no ciclo de empacotamento:

- **Passo 1** - Todos os espaços vazios no contêiner onde uma caixa pode ser alocada são identificados;
- **Passo 2** - As dimensões destes espaços disponíveis são comparadas com todas as caixas e aquela combinação espaço-caixa que gerar o menor espaço residual resultante (depois da colocação da caixa) é selecionado;
- **Passo 3** - O resultado deve ser atualizado na estrutura de dados apresentada.

Neste trabalho a representação espacial desenvolvida por Ngoi e Whybrew (1993) foi utilizada. Este método representa objetos e espaços como combinações de variáveis para três dimensões (paralelepípedos) gerando uma simples estrutura de matriz. Isto consiste em uma cadeia de matrizes bidimensionais que representam cortes transversais de largura definida ao longo do eixo vertical.

Os objetos são modelados como uma combinação das células numa matriz como na Figura 26. As coordenadas das bordas das células são representadas pela matriz tridimensional, chamada de matriz de espaço. Esta matriz tridimensional é tratada como um conjunto de matrizes bidimensionais, cada uma representando uma mudança seccional do objeto.

Cada matriz bidimensional representa um corte de uma largura fixa. No sentido de manter a estrutura de linhas e colunas convencional de matrizes, as coordenadas de espaço são modeladas como x-positiva da esquerda para direita e y-positiva de cima para baixo e z-positiva da frente para trás.

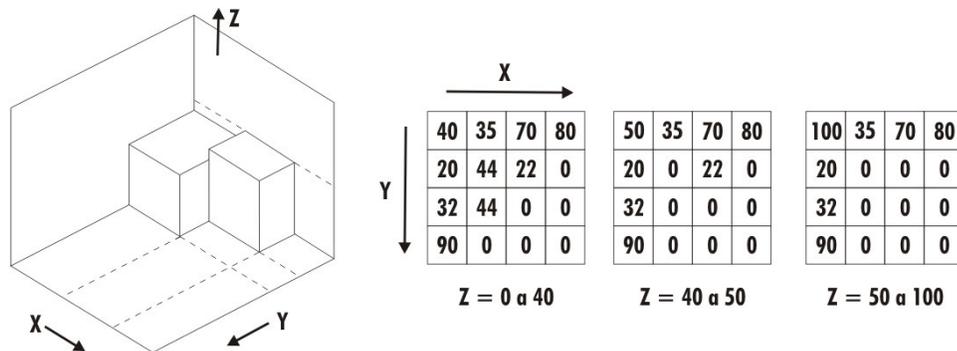


**Figura 26: Representação de uma caixa em um contêiner**

A primeira coluna de cada matriz bidimensional, excluindo a primeira posição, contém as coordenadas x ( $x_1$ ,  $x_2$ , etc) das células das fronteiras, e a primeira coluna, exceto a primeira posição, contém as coordenadas y ( $y_1$ ,  $y_2$ , etc). As coordenadas z de cada matriz bidimensional estão contidas na linha um e coluna um. Note que a origem ( $X_0$ ,  $Y_0$  e  $Z_0$ ) é definida como  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  e não é incluída na matriz. O número na posição  $(i,j,k)$  – onde  $i,j,k$  são valores 0, 1, 2, etc – é um número ou código que identifica o do tipo do objeto (caixa) que ocupa a célula entre  $x_{i-1}$  e  $x_i$ , entre  $y_{j-1}$  e  $y_j$  e entre  $z_{k-1}$  e  $z_k$ .

No exemplo da Figura 26 o número 44 é associado ao objeto modelado. Espaços vazios são representados por zero. Usando esta representação o objeto é formado pelas quatro células como mostrado nas duas matrizes bidimensionais.

Na Figura 27 pode-se observar a mesma técnica para representar mais de um objeto no container. Verifica-se que o número de cortes e a dimensão da matriz aumenta de acordo com o número de separações criados pelo posicionamento dos objetos. Por outro lado, se objetos são compostos de modo a se diminuir um corte, o número de matrizes diminui pela compactação natural das informações na mesma matriz.



**Figura 27: Representação de duas caixas em um contêiner**

Utilizando esta representação para navegação nos espaços (os quais podem estar em qualquer ordem e lugar no contêiner), o método segue a busca, caixa a caixa, para selecionar aquelas que mais se aproximam do tamanho dos espaços gerados em suas três dimensões e eliminem bordas de espaços indesejados que são geradas por caixas que não se encaixam exatamente nos espaços vazios.

Para avaliação do pareamento espaço-caixa criou-se o conceito de medidas preferenciais. Estas medidas nada mais são as dimensões dos espaços principais (altura, comprimento e largura) ou aqueles que podem ser gerados por frações de volume dentro do espaço principal, mas que se alinhem, em alguma das medidas, com as caixas vizinhas. Com isso, as caixas se emendam na busca por áreas maiores, planas (horizontal) ou paredes (vertical).

Na Figura 28 tem-se o fluxograma do algoritmo de Ngoi et al. (1994):

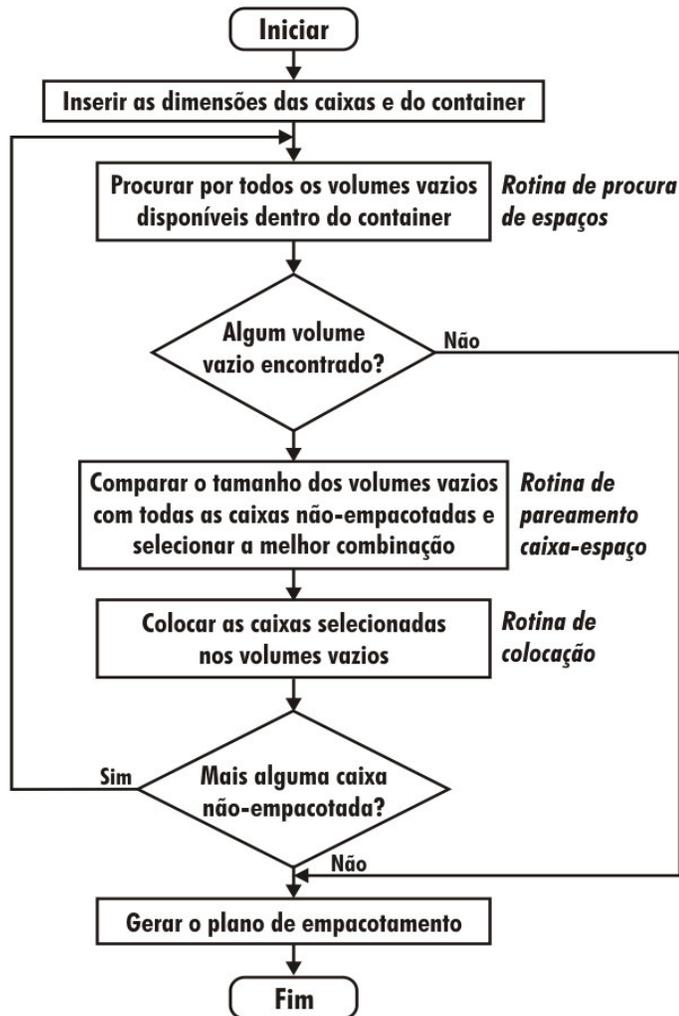


Figura 28: estrutura do algoritmo de Ngoi et al. (1994)

Desta forma, diferentemente de Gehring et al. (1990), o algoritmo de Ngoi et al. (1994) permite que as caixas se encaixem umas com as outras, evitando a perda inerente ao isolamento de uma camada vertical. Esta é uma boa estratégia principalmente quando há relativa heterogeneidade das caixas a serem empacotadas.

## 4.6 Definição da Taxa de Ocupação

O índice bastante referenciado na literatura na comparação entre algoritmos, é a taxa de utilização, definida como a divisão entre a soma dos volumes individuais de todas as caixas pelo volume nominal do veículo ou contêiner. Esta taxa é útil principalmente quando o volume das caixas que se deseja carregar é maior do que a capacidade do veículo. Neste caso, o processo de seleção das caixas que serão colocadas no veículo tem importância no resultado do algoritmo. Situações como estas surgem nos problemas de *bin-packing* (BPP).

Quando todas as caixas podem ser empacotadas no veículo, a taxa de utilização será a mesma, independentemente de como foi sua acomodação. Neste sentido a taxa de utilização é pouco informativa.

Loh e Nee (1992) usaram uma medida de desempenho chamada densidade de empacotamento. Este índice é definido como o volume total das caixas empacotadas expressa como uma porcentagem da “menor envoltória retangular” que engloba as caixas. Portanto este cálculo é feito pelas dimensões encontradas nas caixas mais extremas nas 3 direções, comprimento, largura e altura, encontrando-se o volume que envolve (faça um envelopamento) equivalente a um contêiner menor, embutido no contêiner real.

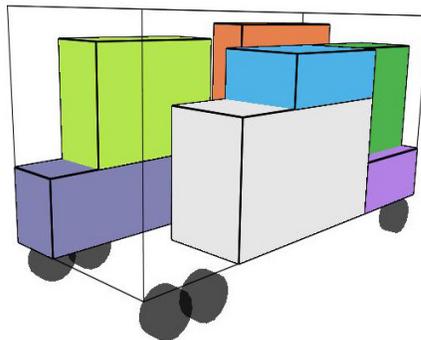
Uma contribuição deste trabalho é a proposição de um novo índice, chamado de taxa de ocupação, para se analisar a qualidade do arranjo na carga em um contêiner. Esta será a taxa utilizada pelo algoritmo para decisão de escolha de veículos de uma frota heterogênea.

A taxa de utilização, que é a divisão da soma simples dos volumes das caixas empacotadas pela capacidade volumétrica nominal, é portanto sempre menor ou igual à taxa ocupação anteriormente definida.

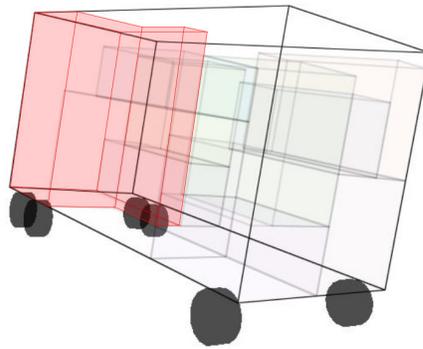
A taxa de ocupação é calculada pela diferença entre a capacidade volumétrica nominal do veículo e o espaço ainda disponível para colocação de novas caixas dividida pela capacidade nominal. O espaço disponível neste caso é somente aquele onde seja possível posicionar e retirar uma caixa, sem ter que mover qualquer caixa de outra entrega distinta da rota. Este espaço é equivalente à iluminação que um foco de luz paralelo a horizontal do veículo pode alcançar, partindo da porta de descarregamento para o fundo do contêiner. Em outras palavras, os espaços atrás ou embaixo de outras caixas de entregas anteriores são descartados deste cálculo.

A razão para o cálculo da taxa de ocupação é a consideração de que quanto mais compactada a carga ao fundo do contêiner (menor a taxa de ocupação) maior será o espaço disponível para inclusão de caixas de outras entregas, aumentando, portanto, a capacidade da rota de absorver mais entregas.

A Figura 29 apresenta uma carga montada para atender 3 clientes. Observa-se que ainda há espaço disponível para entrada de novas caixas. Na Figura 30 está ressaltado o contorno do espaço ainda disponível para eventual carregamento.

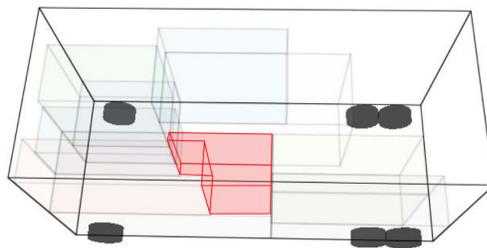


**Figura 29: carga montada com 3 entregas**

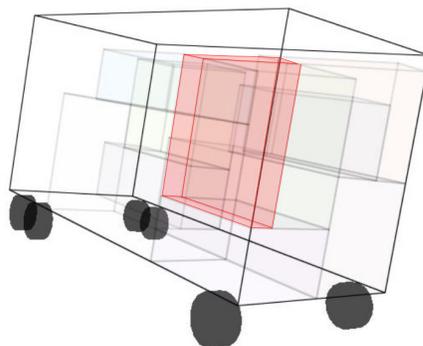


**Figura 30: espaço disponível para carregamento**

Observa-se, no entanto, que ainda há espaços inacessíveis sob a ótica das entregas seqüenciais no caso destacado abaixo:



**Figura 31: espaço inacessível – parte 1**



**Figura 32: espaço inacessível – parte 2**

## 5 ALGORITMO PROPOSTO

O algoritmo proposto tem sua origem em técnicas usadas separadamente para resolução dos problemas de roteamento com janela de tempo e carregamento de veículos, como se observou no resumo da Tabela 5 e discutido no capítulo anterior.

### 5.1 Estratégia de Solução do Problema

A estratégia de solução do problema é baseada em 3 passos principais:

- **Passo 1** - Geração de uma rota: seja por construção, por um movimento de vizinhança ou aleatoriamente;
- **Passo 2** - Seleção do veículo: escolha do melhor veículo que atende a rota, em termos de taxa de ocupação proposta para avaliar o carregamento tridimensional;
- **Passo 3** - Validação de restrições da rota: checagem de todas as restrições com relação ao melhor veículo selecionado.

Para a criação de rotas iniciais, na fase construtiva, é utilizado uma variação do método de Liu e Shen (1999) e do método de Dullaert et al. (2002) com o carregamento sendo avaliado por uma variação dos métodos e técnicas desenvolvidos por Gehring et al. (1990) e Ngoi et al. (1994).

Na fase de melhoria da solução, iterativamente movimentos de busca local, *k-intensiveSwap*, são aplicados sobre a solução incumbente. Estes movimentos foram criados com base nas observações de operadores discutidos em Braysy e Gendreau (2005). Cada movimento busca, na vizinhança gerada, uma nova configuração de rotas que tenha menor número de veículos e menor distância, nesta ordem, segundo uma função hierárquica.

Como a solução local de uma rota individual pode não ser a melhor solução global para a programação dos veículos, a movimentação entre uma solução e outra é feita pela análise completa do plano de rotas e cargas, segundo a hierarquia de funções objetivo descritas anteriormente.

Na construção das cargas, foram adaptadas as funções F e P, de Dullaert (2002) para encontrar soluções que satisfaçam as questões de carregamento de veículo considerando as dimensões tridimensionais das caixas e dos contêineres.

Na heurística de carga, para contemplar a sequência de carregamento segundo o plano de entrega definida pela rota é necessário remontar o carregamento no veículo sempre que houver mudanças na sua rota.

O algoritmo de seleção e carregamento de veículo usa a estrutura de dados de Ngoi et al. (1994), discutidas na seção 4.5, porém absorve os critérios de seleção em pares de caixas de Gehring et al. (1990). Como outro diferencial a estratégia generaliza o conceito de largura flexível de George e Robinson (1980) e permite que camadas sejam amalgamadas em qualquer ponto da camada, desde que haja um espaço vazio disponível. A amalgamação ocorre sobre as operações nas matrizes da representação de Ngoi e Whybrew (1993)

A adaptação da criação de espaços e sua ordenação voltada para o problema de descarregamento múltiplo e seqüencial permitem, além de maior desempenho na análise, um ganho de qualidade natural a realidade do descarregamento do veículo para este tipo de problema.

Pela forma como foi construída a heurística e as restrições consideradas, as cargas implicitamente têm boa estabilidade e baixa perda de espaços não ocupados, tanto para conjuntos de caixas homogêneos quanto os mais heterogêneos.

## 5.2 Estrutura de Processamento

A estrutura geral do algoritmo é dividida basicamente em dois blocos que trabalham iterativamente na busca da melhor solução:

- **Bloco 1** - construção e geração de rotas;
- **Bloco 2** - seleção e carregamento de veículos.

O fluxograma a seguir apresenta a estrutura de processamento do algoritmo proposto, denominado 3DC:

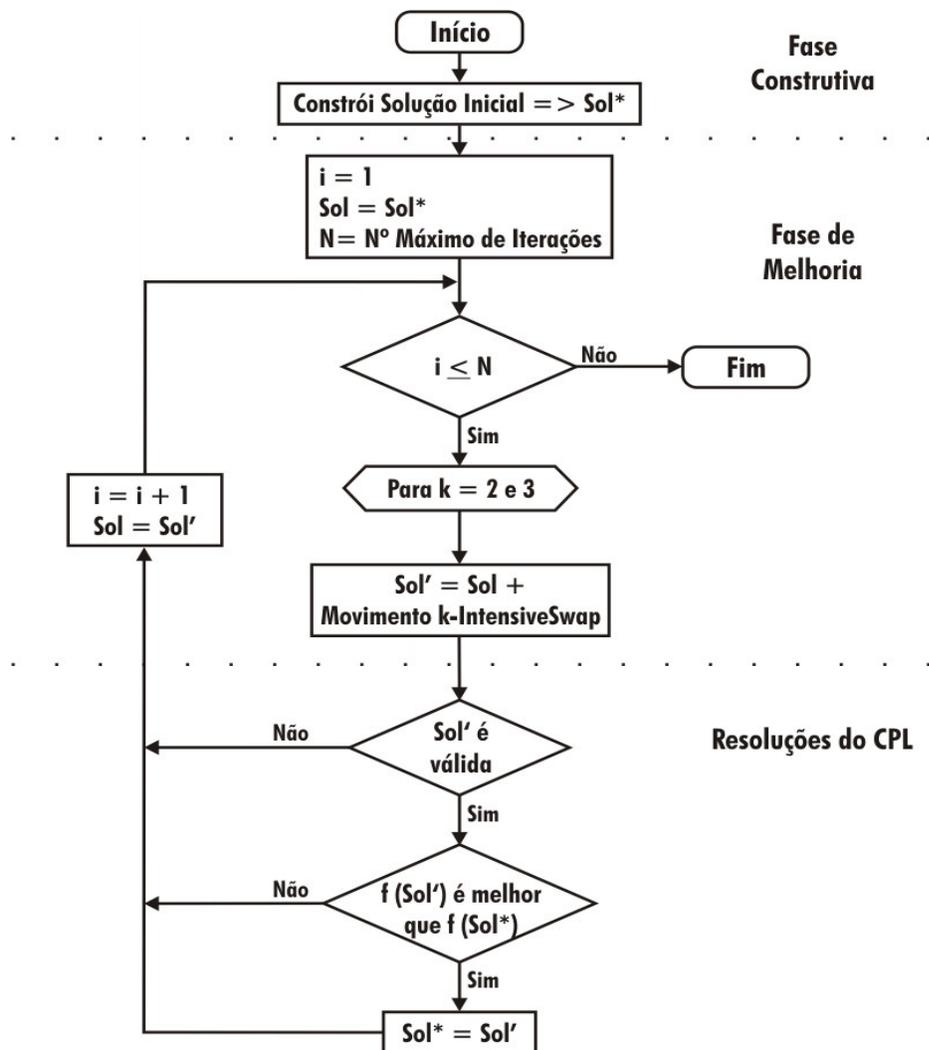


Figura 33: fluxograma principal do algoritmo proposto – 3DC

### 5.3 Fase Construtiva

O algoritmo 3DC começa com a construção de rotas que serão na fase seguinte melhoradas iterativamente.

Para a construção foi feita uma adaptação da formulação de Dullaert et al. (2002) onde cada cliente é avaliado e inserido sequencialmente em rotas segundo a formulação apresentada no final da seção 4.1. A adaptação está na função  $F(z)$  que, ao invés de retornar o custo fixo do menor veículo que pode carregar a

quantidade  $z$ , retorna o custo fixo do veículo com maior taxa de ocupação da carga  $z$  acomodada tridimensionalmente no veículo.

Esta adaptação se fez necessária, pois no caso de frota heterogênea, considerando carregamento tridimensional, seria impreciso determinar qual veículo é maior ou menor. Por exemplo, não se pode dizer que um veículo de 26,4 metros cúbicos de capacidade volumétrica com dimensões 2,2 x 2 x 6 m (=largura x altura x comprimento) é maior ou menor que um veículo com dimensões 2 x 2 x 6,6 m (=largura x altura x comprimento), com a mesma capacidade volumétrica. A depender das dimensões da carga que será embarcada, cada veículo poderá ter uma capacidade de acomodação efetiva, melhor ou pior, segundo algum critério de avaliação.

#### **5.4 Fase de Melhoria**

Com base no resultado da fase construtiva, novas rotas são formadas por um mecanismo de trocas denominado *k-IntensiveSwap*. Este mecanismo gera várias combinações a partir do particionamento das rotas da solução incumbente e seu religamento num processo recursivo de geração de alternativas. Como parâmetros deste operador definem-se o número de iterações ( $n$ ) e o número de arcos manipulados ( $k$ ) e se o procedimento deve ser aplicado iterativamente sobre a solução recebida ou deve ser aplicado repetidamente a cada solução completa encontrada.

A seguir tem-se a descrição de uma iteração do operador *k-IntensiveSwap*:

---

## 1. Entrada

- 1.1. Seja  $S$  a solução de entrada (conjunto de rotas);
- 1.2. Seja um corte um conjunto de nós e arcos conectados. Uma extremidade de um corte é um nó que contém no máximo um nó conectado:

## 2. Definição dos cortes

- 2.1. Selecione aleatoriamente  $k$  arcos de  $S$ ;
- 2.2. Seja  $CC$  o conjunto de cortes conectados ao depósito, ou seja, cortes onde um de seus nós é o próprio depósito;
- 2.3. Seja  $CD$  o conjunto de cortes desconectados, os cortes que não estão ligados ao depósito, ou seja, nenhum de seus nós é o próprio depósito;
- 2.4. Seja  $CT$  o conjunto de todos os cortes:  $CT = CC \cup CD$ ;

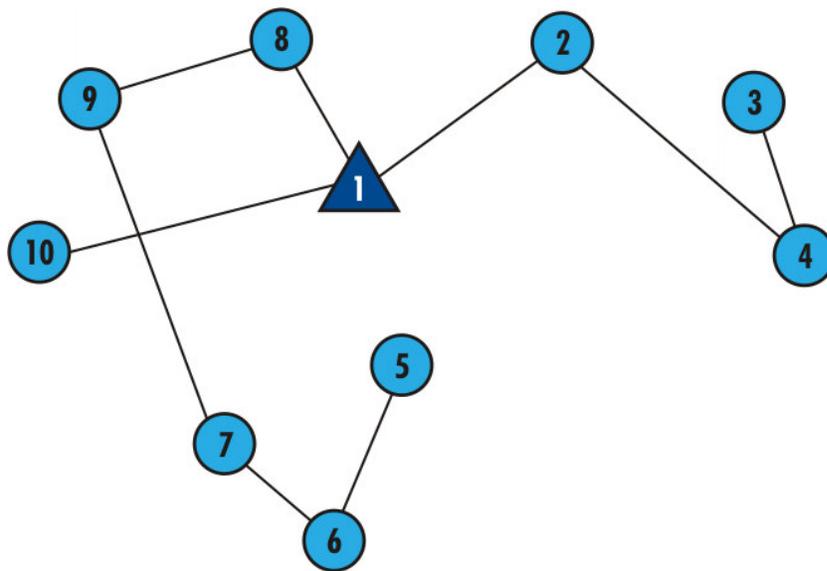
## 3. Recursão de criação de rotas

- 3.1. Para cada elemento ,  $e_{CD}$ , de  $CD$  faça
  - 3.1.1. Para cada extremidade ,  $x_{CD}$ , de  $CD$  faça
    - 3.1.1.1. Para cada elemento ,  $e_{CT}$ , de  $CT$ 
      - 3.1.1.1.1. Para cada extremidade ,  $x_{e_{CT}}$ , do corte  $e_{CT}$  faça
        - 3.1.1.1.1.1. Reconectar cada uma das extremidades
        - 3.1.1.1.1.2. Se ao conectar uma extremidade a nova solução não possuir cortes desconectados, então verificar se a solução é factível (em relação às restrições) e, neste caso, colocar na lista de soluções viáveis. Se a solução for infactível, eliminar o ramo da árvore de recursão.
        - 3.1.1.1.1.3. Se mesmo com a reconexão a solução parcial ainda possuir cortes desconectados, então chamar recursivamente o operador (**passo 3**), com a solução parcial como entrada.

4. **Saída**: seleção da melhor solução gerada, segundo a função objetivo.
-

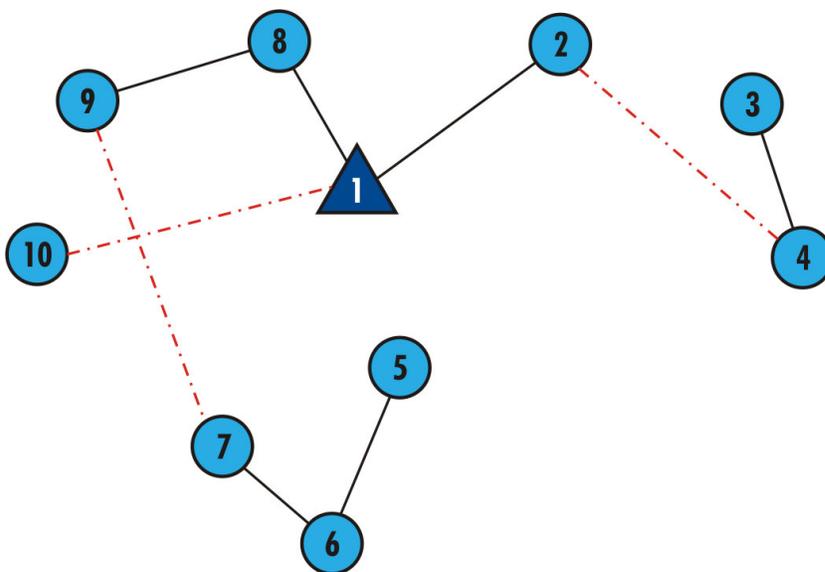
Em resumo, o que o operador *k-IntensiveSwap* faz é a geração do conjunto de soluções factíveis a partir da recombinação dos cortes gerados através da remoção dos arcos sorteados aleatoriamente.

Para exemplificar o mecanismo do operador *k-IntensiveSwap*, segue uma ilustração com o funcionamento do operador a partir da solução descrita na Figura 34



**Figura 34: solução inicial recebida pelo operador k-IntensiveSwap**

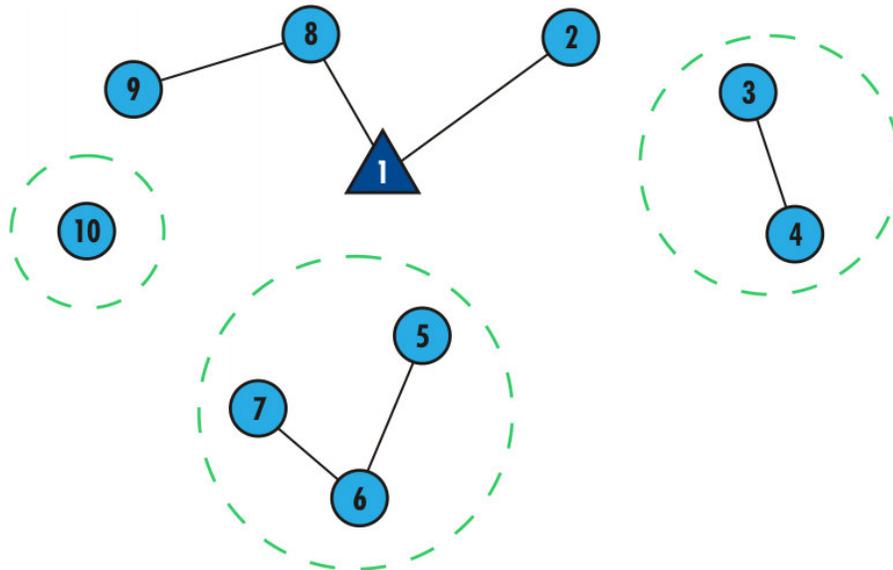
O primeiro passo é sortear  $k$  arcos a serem removidos. Um arco que liga o nó  $x$  ao nó  $y$  será notado como  $x-y$ , a partir deste momento. Neste exemplo,  $k$  é igual a 3, o depósito é o nó 1 e os arcos 7-9, 1-10 e 2-4, foram sorteados aleatoriamente, conforme Figura 35:



**Figura 35: escolha dos arcos a serem removidos**

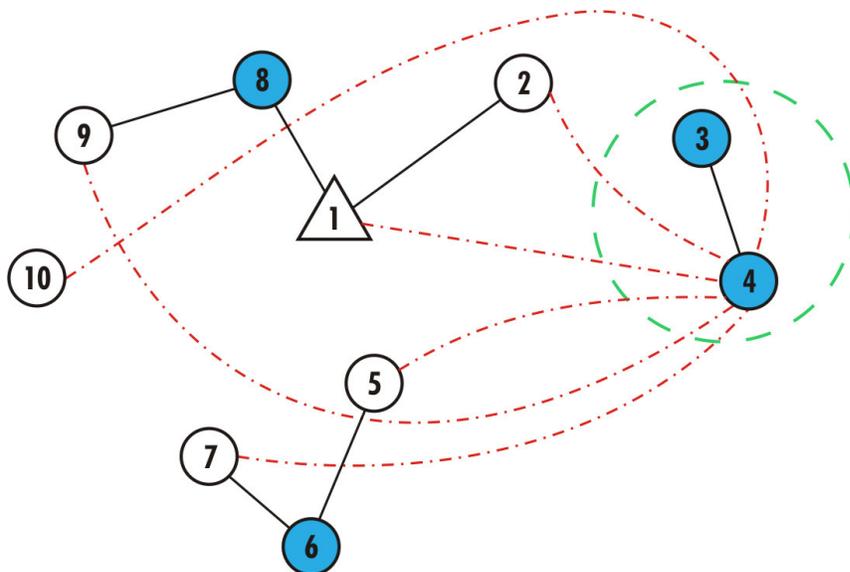
Ao se remover os arcos, somente os trechos (arcos e nós) conectados ao depósito ainda constituem rotas válidas, estes são denominados cortes conectados. Os segmentos marcados com circunferência tracejada na Figura 36 são denominados cortes desconectados (pois não estão ligados ao depósito). O conjunto completo de cortes é a união do conjunto de cortes desconectados com o conjunto de cortes conectados. Para registrar, neste momento tem-se:

- Cortes conectados: { 1-8-9, 1-2 }
- Cortes desconectados: { 10, 5-6-7, 3-4 }

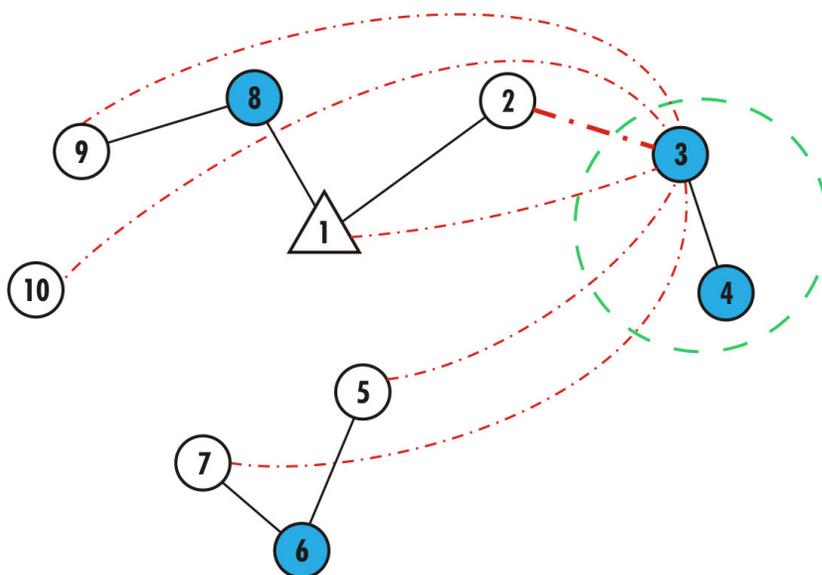


**Figura 36: cortes conectados e desconectados**

Para cada corte desconectado e para cada uma de suas extremidades (Figura 37 e Figura 38), tenta-se reconectar com outros cortes disponíveis (independente de conectado ou desconectado). Como exemplo, o corte 3-4, na extremidade 4 pode ser reconectado com todas as extremidades dos outros cortes, conforme marcado na Figura 37 ou a extremidade 3 com os outros cortes na Figura 38. Todas as conexões factíveis são mantidas na árvore de recursão.

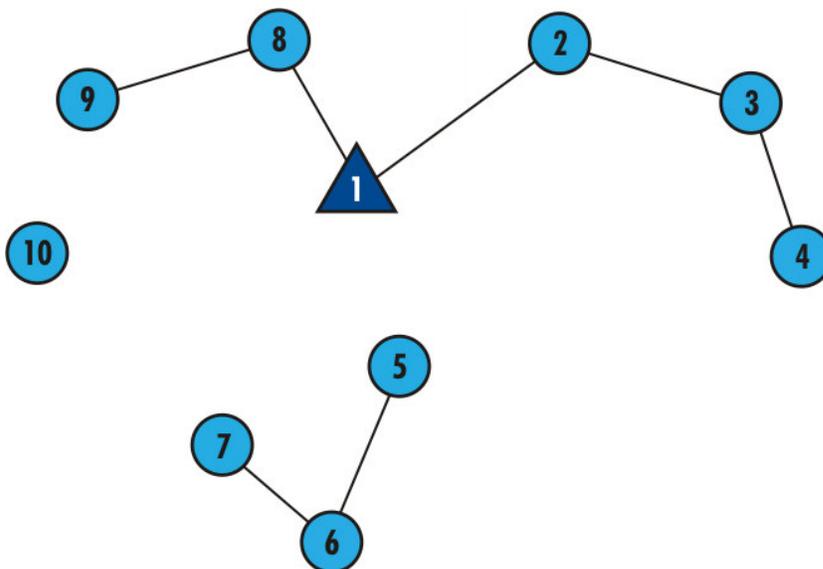


**Figura 37: possibilidade de reconexão do corte 3-4, pela extremidade do nó 4**



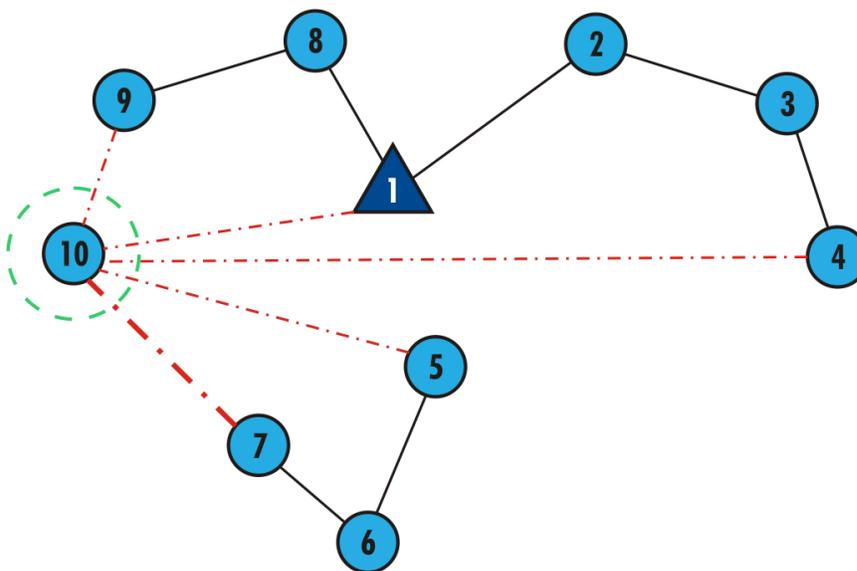
**Figura 38 possibilidade de reconexão do corte 3-4, pela extremidade do nó 3**

Tomando uma das conexões para continuar a recursão (aprofundando na árvore) pode-se avaliar a solução parcial observada na Figura 39:



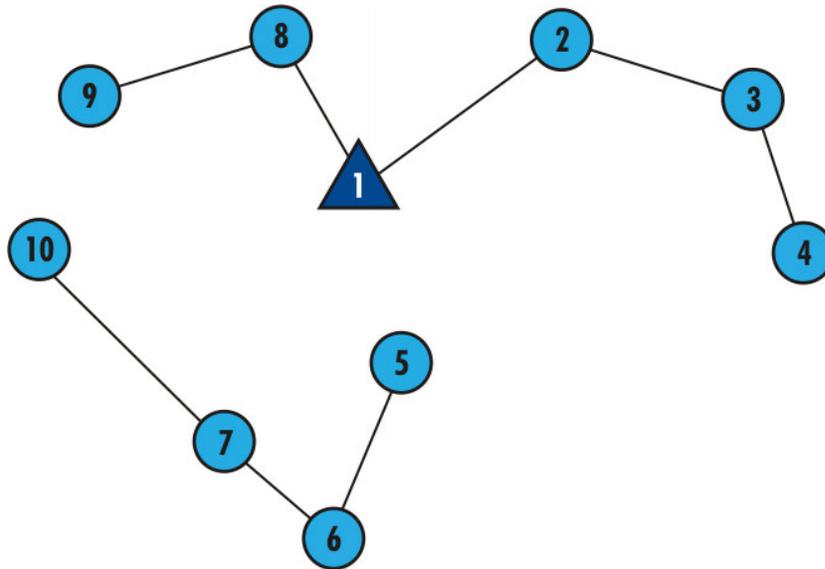
**Figura 39: resultado da reconexão do corte 3-4**

O mesmo se repete com o nó 10, mesmo sendo um nó isolado, como se vê na Figura 40, ainda sem, contudo, ter formado uma solução completa (sem cortes desconectados):

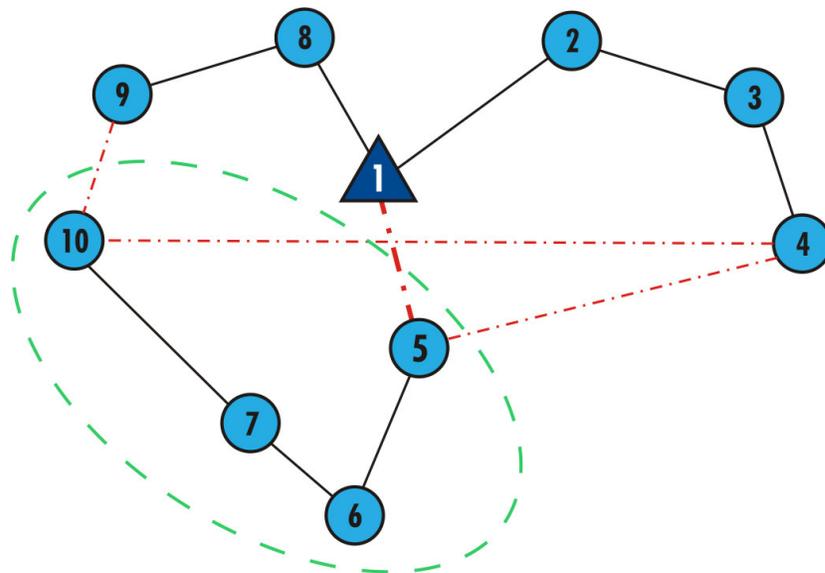


**Figura 40: reconexão do nó 10**

Veja que ainda não está pronta uma solução completa a ser avaliada, pois ainda há cortes desconectados. Isso significa que este novo corte 5-6-7-10 será introduzido na recursão para reconexão com os outros 2 cortes conectados, a saber: 1-8-9 e 1-2-3-4 (Figura 41 e Figura 42):

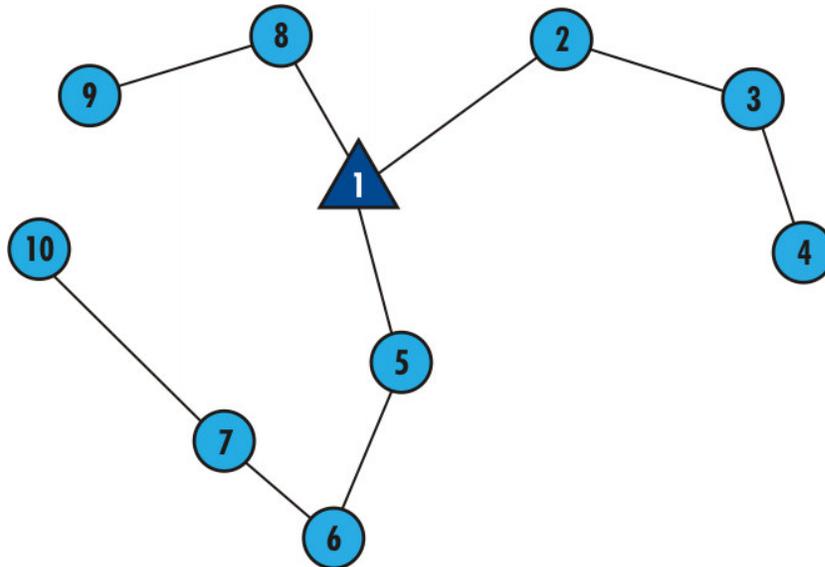


**Figura 41: passo intermediário na montagem da árvore de recursão**



**Figura 42: dois cortes desconectados se uniram para formar novo corte desconectado**

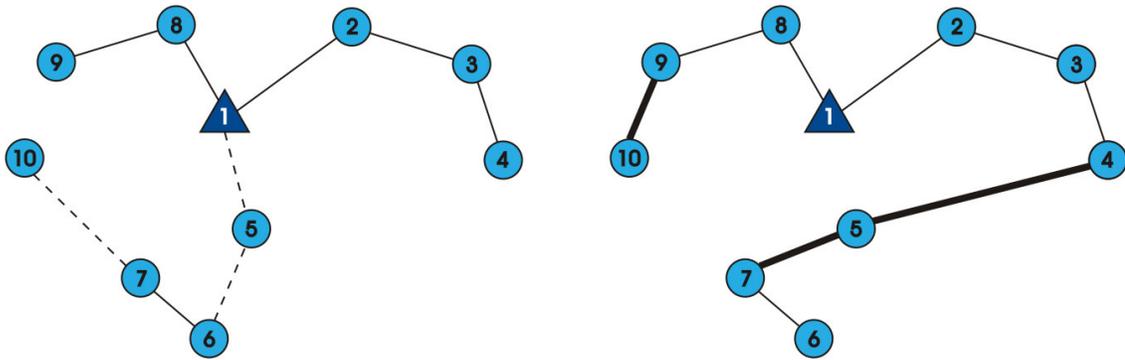
O novo corte tem agora menos opções de reconexão, pois diminuiu o número de extremidades disponíveis para re-ligação. Uma que será registrada na lista de avaliação, se factível, será quando o corte 5-6-7-10 se conectar com o depósito, ganhando, neste momento, o status de conectado.



**Figura 43: solução viável somente com cortes conectados**

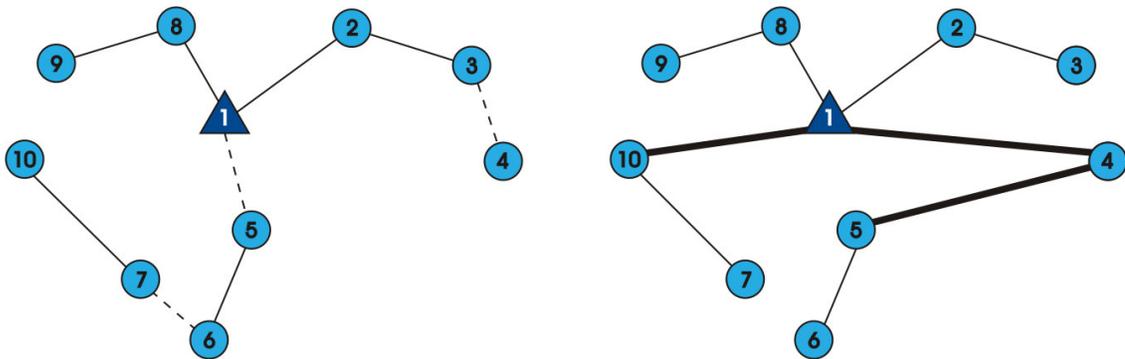
A solução da Figura 43 é uma das possíveis (não única) e será comparada a todas as outras da vizinhança. Após concluir a recursão, de todas as soluções encontradas, a que tiver o melhor resultado de função objetivo é a escolhida.

Com este mecanismo de geração de soluções vizinhas existe a possibilidade tanto de diminuir o número de rotas, através da união de rotas anteriores ou mesmo com a partição e reconexão em outras rotas, como se observa na Figura 44.



**Figura 44: redução no número de rotas**

Existe também a possibilidade de criação de novas rotas, como visto na Figura 45. Este fato da criação de novas rotas ou não, simplesmente depende da função objetivo. A função do operador é simplesmente criar soluções factíveis a partir do particionamento e reconexão de uma solução inicial e não o controle sobre qual será a nova solução incumbente a ser avaliada.



**Figura 45: aumento no número de rotas**

## 5.5 Carregamento de veículos

A heurística de carregamento de veículo é baseada na construção por camadas. A largura de cada camada é definida a partir de uma caixa inicial selecionada ou ainda como sendo a própria largura do contêiner (camada única, neste caso). A maneira de seleção da caixa que abre a camada, assim como a sucessiva colocação de caixas, ocorre sempre da mesma forma, a partir da comparação de pares de caixas entrantes. Uma camada receberá tantas caixas quanto possível, como se a partir da definição da camada tivesse sido criado um novo contêiner. Todas as camadas sucessivas à primeira têm seus espaços vazios amalgamados, independentemente da posição, exceto aqueles que estejam em posição inacessível sob a ótica da porta de descarregamento do veículo. Um espaço inacessível pode ser criado pela colocação de uma caixa em posição mais alta que a anterior, de modo que para este espaço ser utilizado demandaria a retirada da caixa em posição mais alta, o que não é permitido.

A definição da CDC (caixa determinante da camada) é feita de duas maneiras:

- 1) Com próxima caixa da lista, como em Gehring et al. (1990), ver seção 4.4
- 2) Com próprio comprimento restante do contêiner. As duas possibilidades serão testadas e a que trouxer melhor resultado é que será selecionada.

O fluxograma da Figura 46 esquematiza a heurística de carregamento de contêiner do algoritmo 3DC proposto. Nas seções que se seguem tem-se o detalhamento de como ocorrem as seleções das caixas e o controle e aproveitamento de espaços a serem preenchidos.

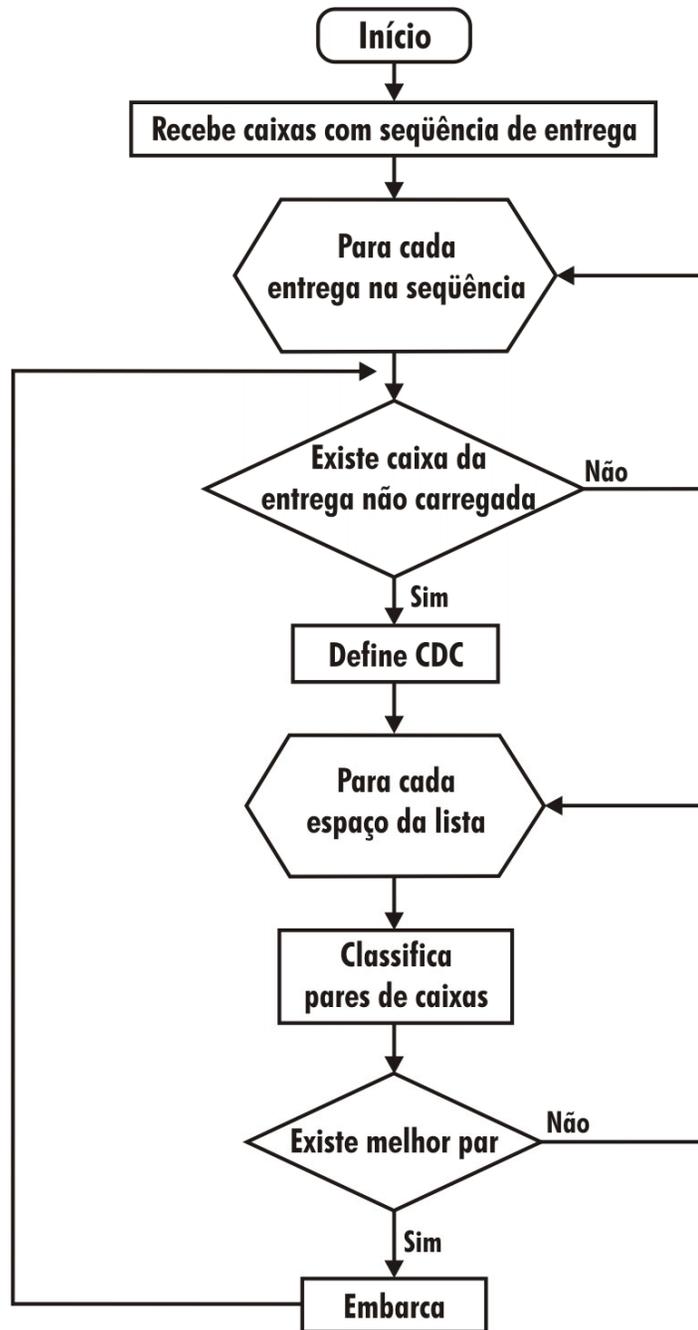
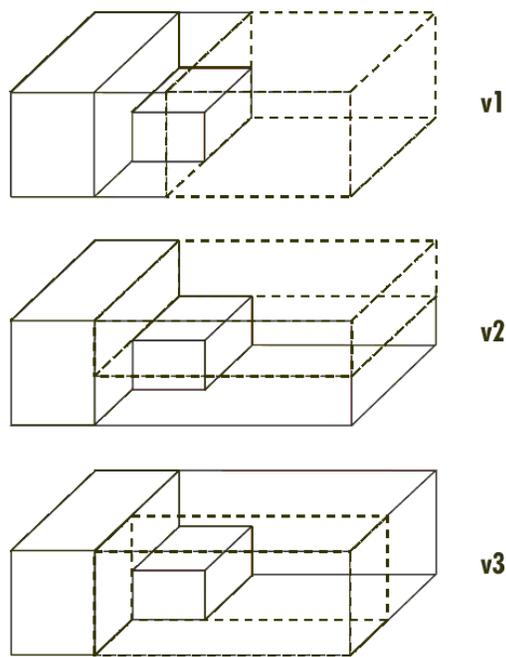


Figura 46: algoritmo de carregamento de contêiner embutido em 3DC

## 5.6 Análise e Controle dos Espaços

A ordem utilizada na avaliação dos espaços é similar a utilizada no método de Gehring et al. (1990), veja seção 4.4. Isto significa que primeiro são avaliados os espaços laterais, depois os espaços acima das caixas e por último os espaços vazios que existam em profundidade no veículo. Contudo, neste trabalho, o modo de criação dos espaços assim como sua priorização relativa é diferente do Gehring et al. (1990), da forma detalhada a seguir.

Usando a representação matricial de Ngoi et al. (1994) apresentado na seção 4.5, o algoritmo ordena os espaços vazios disponíveis em ordem crescente de profundidade/comprimento, altura e largura com relação as suas origens. Com isso os espaços encontrados mais ao fundo do veículo serão colocados primeiro na lista; na seqüência são colocados os espaços que estão mais próximos do piso do contêiner e, por último, os que estão mais próximos a porta de descarregamento do veículo. Na Figura 47 a seguir têm-se os espaços ordenados: V1, V2 e V3.



**Figura 47: Espaços gerados a partir da estrutura de dados**

Um espaço é o volume de um paralelepípedo com origem em um ponto sustentável, seja sobre o piso ou sobre outra caixa, e com seus limites definidos por caixas que se encontrem em alguma das direções ou pelo próprio contêiner. Considerando isso, alguns dos espaços de Gehring et al. (1990) são absorvidos pelos espaços gerados por esta heurística.

Uma vez que os espaços estão ordenados conforme explicado anteriormente, ao invés de testar todos os espaços disponíveis para então selecionar um par de caixas que será inserido, como em Gehring et al. (1990), nesta heurística um espaço é testado com todos os pares de caixa disponíveis. Caso um par caiba neste espaço, este é preenchido imediatamente, sem a necessidade de testar outro. Somente se um par de caixas não couber no espaço é que se testa o próximo espaço.

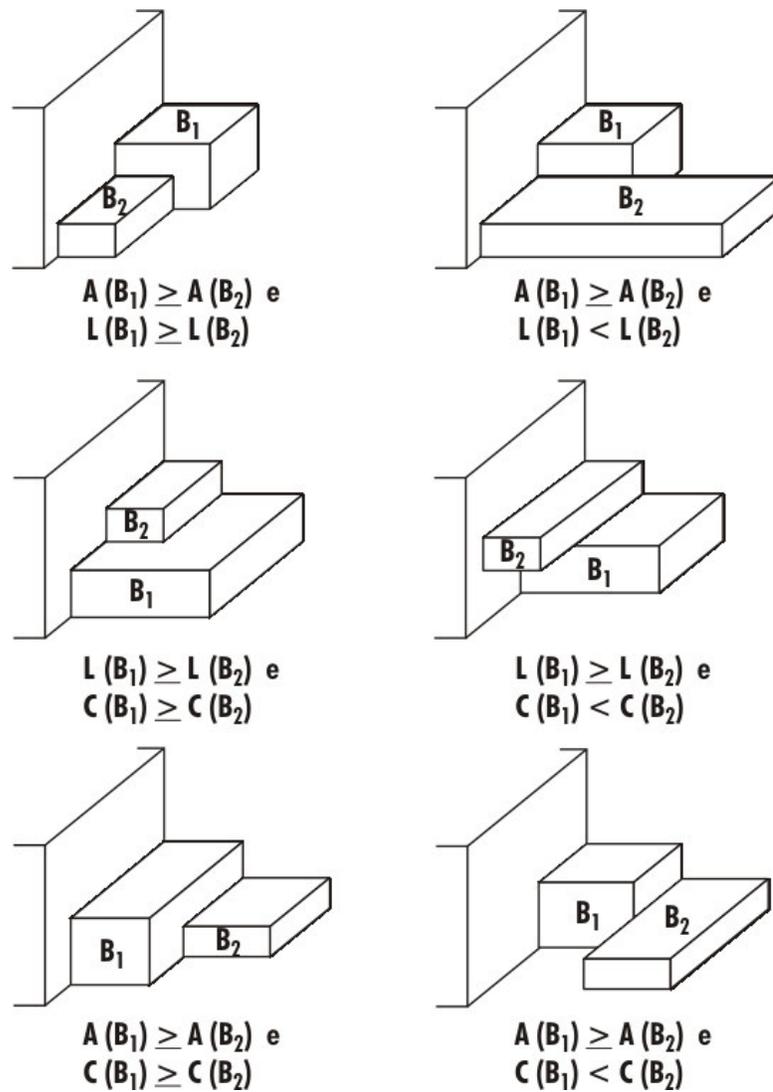
A lista de espaços é sempre revisada quando uma caixa ou um par de caixas é inserido ou ainda quando há uma mudança de cliente atendido na rota. Neste caso, as caixas que seguem para o novo cliente não podem ficar bloqueadas para o descarregamento, portanto os espaços que não podem ser acessados sem o deslocamento de caixas, são descartados.

## **5.7 Seleção de Caixas**

Ngoi et al. (1994) propuseram uma rotina de pareamento onde todas as caixas seriam avaliadas contra todos os espaços, como visto na seção 4.5. A avaliação utiliza uma definição do que os autores chamaram de “dimensões preferidas”. Estas dimensões são as medidas exatas da altura, largura e comprimento dos espaços ou dos subespaços criados pelas diferenças entre as caixas. O motivo desta estratégia é evitar ou eliminar bordas horizontais e verticais que são formadas nas laterais dos espaços pelas diferenças entre as caixas. Usando este conceito, as caixas são classificadas, e as que tiverem suas medidas que mais se aproximem das medidas preferidas são selecionadas.

Na heurística de carregamento de contêiner do algoritmo 3DC, ao invés de utilizar esta classificação sugerida por Ngoi et al. (1994), é utilizada a seleção por pares de caixas como em Gehring et al. (1990).

A lista de caixas ainda não empacotadas é ordenada de modo não-crescente pelo volume individual de cada caixa e por cada cliente na rota na sua devida ordem inversa de entrega (regra LIFO - *last in first out*: último a entrar primeiro a sair).



**Figura 48: Possíveis arranjos de pares de caixas em relação ao comprimento (C) altura (A) e largura (L)**

Na versão original, a posição selecionada para entrada do par é definida de acordo com o seguinte esquema de classificação: primeiro caixas com maior altura como sua maior dimensão, depois as posições que resultem em largura como maior dimensão. Na próxima seção, é explicado como esta estratégia foi melhorada através de testes de novas alternativas, no que foi considerado um refinamento da proposta inicialmente testada.

## 5.8 Refinamento

No algoritmo originalmente desenvolvido o problema de carregamento de contêiner é resolvido duas vezes: 1) com CDC sendo a largura de uma caixa da lista e 2) com CDC sendo igual ao comprimento do contêiner, ou seja, sem camada.

Aproveitando as idéias apresentadas em Cecilio e Morabito (2004), foi possível refinar o algoritmo de carregamento de cargas proposto, alternando e combinando os seguintes critérios de avaliação:

- Orientação da camada: para definir a largura da camada pode-se colocar a próxima caixa da lista usando uma de suas dimensões (largura, altura e comprimento) ou ainda não usar a camada (como no algoritmo original). Com isso, são sete possibilidades de definição da camada;
- Posicionamento de pares: ao invés de seguir a ordem apresentada na Figura 48, todas as seis alternativas são priorizadas e comparadas;
- Escolha do par: dada as possíveis combinações de pares, o algoritmo irá escolher (maior/menor) altura, (maior/menor) largura, e (maior/menor) comprimento (as possíveis combinações respeitam a preferência de disposição do par – do item anterior). São oito possibilidades.

A combinação destes critérios para avaliar o resultado do algoritmo gera, portanto, 336 alternativas ( $=7 \times 6 \times 8$ ).

Na solução do 3L-FSMVRPTW a heurística de carregamento é chamada várias vezes, isso significa que a cada invocação do algoritmo, no pior caso, pode ser executado 336 vezes por carga até que se encontre qual combinação de critérios gera um resultado factível, caso haja tal solução.

Foi observado, contudo que para cada instância algumas combinações de critérios são as que resolvem o problema de carregamento efetivamente na maioria das vezes, sendo desnecessário então executar o algoritmo com outras combinações de critérios. Ou seja, há certa adaptação entre a combinação de critérios e a instância avaliada. Desta forma, após um determinado número de iterações, por exemplo, 1000, somente as combinações que geraram soluções factíveis é que continuam a ser usadas. Este critério reduz o esforço computacional.

O impacto deste refinamento foi apresentado nos resultados comparativos para o problema 3L-VRP.

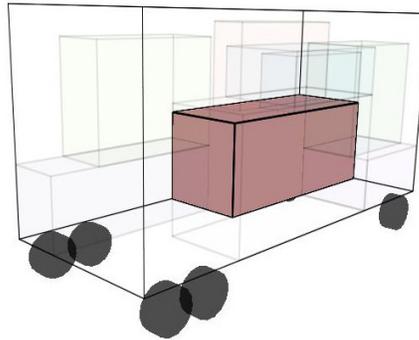
## 5.9 Exemplo de Funcionamento

A seqüência de carregamento é um exemplo formado com os seguintes dados extraídos de uma carga de uma das instâncias proposta por Gendreau et al. (2006):

		Largura	Comprimento	Altura	Volume
	<b>Container</b>	<b>25</b>	<b>60</b>	<b>30</b>	<b>45000</b>
<b>Cliente 1</b>	<b>Caixa 1</b>	8	20	16	2560
<b>Cliente 1</b>	<b>Caixa 2</b>	12	19	7	1596
<b>Cliente 1</b>	<b>Caixa 3</b>	12	29	18	6264
<b>Cliente 2</b>	<b>Caixa 4</b>	7	19	9	1197
<b>Cliente 2</b>	<b>Caixa 5</b>	6	24	14	2016
<b>Cliente 2</b>	<b>Caixa 6</b>	9	16	17	2448
<b>Cliente 3</b>	<b>Caixa 7</b>	12	16	8	1536
<b>Cliente 3</b>	<b>Caixa 8</b>	8	27	10	2160
<b>Cliente 3</b>	<b>Caixa 9</b>	13	33	14	6006

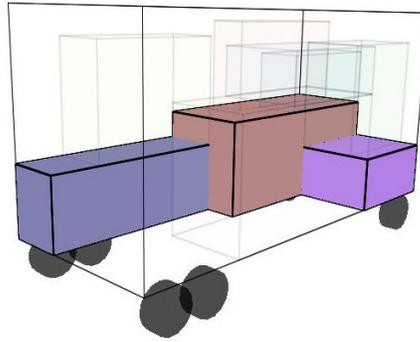
**Tabela 6: exemplo de rota passando pelos clientes 1, 2 e 3**

**Passo 1-** Primeiro foi rodado o algoritmo todo com a escolha da CDC. Como esta alternativa, em relação a que será exemplificada com as figuras, gerou resultado inferior, a largura da camada inicial ficou igual àquela do contêiner. Como a seqüência de entrega, com a separação dos clientes já está definida pelo roteamento, a escolha deve recair sobre uma dentre as caixas 7, 8 ou 9 (o último cliente na rota):



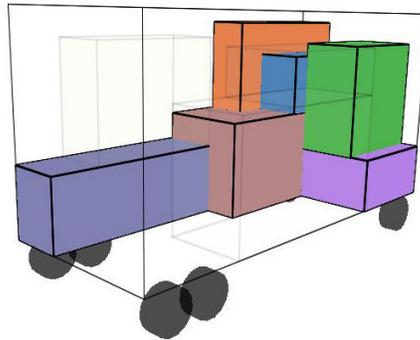
**Figura 49: primeira caixa inserida**

**Passo 2-** Para as caixas do mesmo cliente começa o processo de inserção pela comparação de pares de caixa que se encaixam nos espaços disponíveis, ao lado, acima. Desta forma a caixa 8 é escolhida, pois ganhou no critério de volume do par entre caixa 8 e a caixa 7. A posição a ser inserida, com melhor classificação é em baixo e frente (veja que a camada está igual ao comprimento do contêiner) como em Gehring et al. (1990). Depois somente sobra a caixa 7 a entrar no espaço mais ao fundo da lista de espaços:



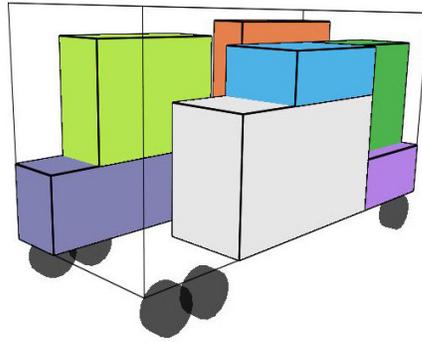
**Figura 50: conjunto de caixas da última entrega**

**Passo 3-** ao mudar de cliente os espaços que ficaram inacessíveis devem ser descartados para a seqüência do processo. Contudo, neste passo nenhum espaço foi desperdiçado pelo posicionamento das outras caixas:



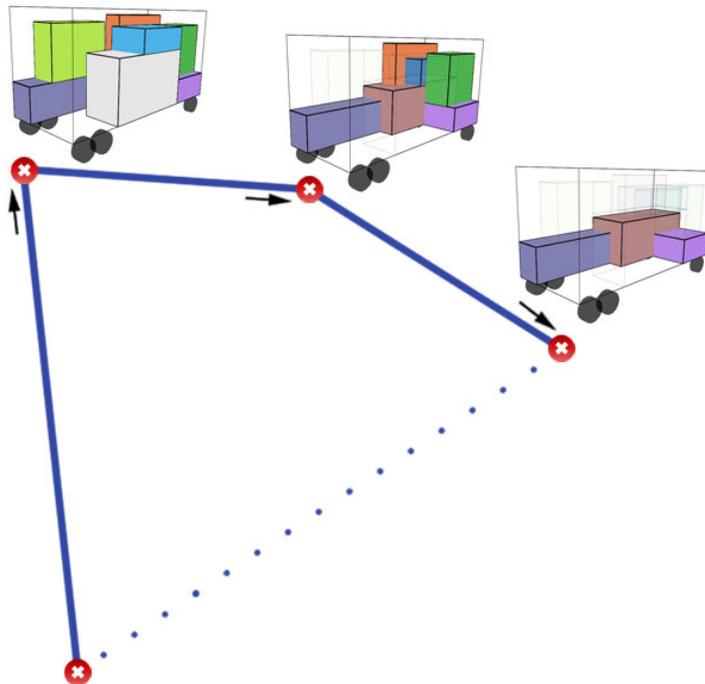
**Figura 51: entrada do conjunto de caixas da penúltima entrega**

**Passo 4-** Como é o último cliente a entrar na carga (primeiro a ser descarregado) a última camada seria amalgamada até o final do veículo para colocação das últimas caixas e conclusão da carga, mas como já está do tamanho do veículo, basta consumir os espaços:



**Figura 52: carga completa com todas as caixas**

E, como resultado final tem-se a rota seguida pelo veículo com sua seqüência de descarregamento:



**Figura 53: rota com seqüência de descarregamento**

## 6 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo estão concentrados todos os resultados das experiências computacionais executadas no âmbito deste trabalho.

Com base nos trabalhos disponíveis na literatura, o algoritmo 3DC é comparado e avaliado na seguinte ordem:

- **CLP** isoladamente: uso das instâncias de Bischoff e Ratcliff (1995) e uma adaptação da heurística de carregamento de contêiner embutida em 3DC;
- **3L-VRP**: uso das instâncias de Gendreau et al. (2006). Foram comparados os resultados anteriores ao refinamento do algoritmo 3DC e na seqüência com os resultados de Gendreau et al. (2006) bem como os resultados de Araújo (2006);
- **3L-VRPTW**: uso das instâncias propostas por Moura e Oliveira (2007);
- **3L-FSMVRPTW**: instâncias propostas neste trabalho para frota heterogênea. As análises foram feitas com funções objetivo distintas de modo a se avaliar os resultados por dois aspectos: número de cargas (veículos necessários) e custos totais.

Para todas as experiências, a área de suporte das caixas é de 100%, exceto quando mencionado outro valor. O raio de vizinhança é uma fração entre 0 e 1 da maior distância entre os clientes a serem atendidos. Este raio restringe a distância máxima entre uma entrega e a próxima na rota. Por exemplo, para um caso onde a distância máxima entre clientes é de 90 unidades de distância e o raio de vizinhança é de 0,8, o limite máximo a se percorrer entre uma entrega e a próxima é de 72 unidades de distância ( $=90 \times 0,8$ ).

Os algoritmos foram implementados em Java (JVM 1.5) com uso do ambiente de desenvolvimento Eclipse. Os resultados dos testes foram obtidos usando um Pentium Duo Core 1.66 GHz e sistema operacional Windows XP Professional.

## **6.1 Resultados para Carregamento de Contêiner**

A seguir, a heurística de carregamento do método 3DC é avaliada, isoladamente do problema de roteirização de veículos, frente a outras estratégias propostas na literatura.

Para esta avaliação foi utilizado o conjunto de instâncias proposto por Bischoff e Ratcliff (1995). Este conjunto de instâncias compreende sete classes, BR1 a BR7, com 100 instâncias cada. O contêiner utilizado é um de 20 pés padrão com dimensões 587×233×220 (= comprimento x largura x altura), em centímetros. O número de tipos de caixa (unidade de embarque) em cada uma das sete classes é 3, 5, 8, 10, 12, 15 e 20. A classe BR1 é fracamente heterogênea, contendo, em média, 50,2 caixas de cada tipo. Gradualmente o número de caixas diminui tornando a classe BR7, mais fortemente heterogênea, com 6,51 caixas, de cada tipo em média. São incluídas nestas instâncias restrições de orientação (tombamento) para proibir que uma caixa assuma uma posição na qual a dimensão que determina a altura seja maior ou igual ao dobro de uma das dimensões da base.

O algoritmo 3DC proposto neste trabalho foi projetado dentro do contexto do problema integrado 3L-FSMVRPTW. A heurística de carregamento de contêiner não estava originalmente preparada especificamente para fazer a seleção das caixas que devem ser carregadas, mas sim verificar a viabilidade do carregamento. Quando invocada, a heurística de carregamento de contêineres retorna a taxa de ocupação do veículo caso o conjunto de caixas caibam no espaço disponível ou, caso contrário, simplesmente retorna a informação que a restrição de arranjo foi violada.

Para simplesmente avaliar o comportamento da heurística de carregamento nas instâncias propostas por Bischoff e Ratcliff (1995), foi necessário desenvolver

uma adaptação que retornasse a maior taxa de utilização do container em relação as caixas disponíveis em cada instância. Esta adaptação, 3DC/M (3DC modificado), segue os dois passos a seguir:

- **Passo 1:** inicialmente define-se uma lista contendo a seqüência de caixas, ordenadas por volume de forma não-crescente. Cada caixa da lista é carregada no contêiner, sucessivamente, até que nenhuma nova caixa possa ser acrescentada ao contêiner;
- **Passo 2:** sobre o resultado de quantidade de caixas, resultante do passo 1, varia-se aleatoriamente a quantidade por tipo de caixa dentro de uma faixa definida, esta nova opção é apresentada ao algoritmo para nova avaliação de viabilidade. Depois de um número definido de iterações é coletado o melhor resultado.

A Tabela 7 reproduz os resultados (estritamente comparáveis) compilados por Araújo (2006) dos diversos métodos referenciados a seguir e ainda o resultado da estratégia de arranjo de 3DC/M, proposta neste trabalho, observe:

<b>Método</b>	<b>BR1</b>	<b>BR2</b>	<b>BR3</b>	<b>BR4</b>	<b>BR5</b>	<b>BR6</b>	<b>BR7</b>	<b>Média</b>
<b>BJR</b>	81.76	81.70	82.98	82.60	82.76	81.50	80.51	81.97
<b>BR</b>	83.79	84.44	83.94	83.71	83.80	82.44	82.01	83.45
<b>DB</b>	84.10	84.50	85.00	84.70	84.60	83.70	82.70	84.19
<b>BG_1</b>	85.80	87.26	88.10	88.04	87.86	87.85	87.68	87.51
<b>CM</b>	89.05	87.40	87.21	86.75	87.09	86.05	84.82	86.91
<b>E</b>	88.05	88.44	89.23	89.24	88.99	88.91	88.36	88.75
<b>MO</b>	89.07	90.43	90.86	90.42	89.57	89.71	88.05	89.73
<b>LZ</b>	87.40	88.70	89.30	89.70	89.70	89.70	89.40	89.13
<b>AAR1</b>	90.86	90.88	90.94	90.67	90.40	90.14	89.46	90.48
<b>AAR2</b>	91.73	91.60	91.47	91.06	90.90	90.46	89.54	90.97
<b>3DC/M</b>	<b>86.49</b>	<b>85.46</b>	<b>85.23</b>	<b>84.34</b>	<b>82.71</b>	<b>82.00</b>	<b>82.43</b>	<b>84.09</b>

**Tabela 7: resultados sobre instâncias de Bischoff e Ratcliff (1995)**

Onde cada método acima tem a seguinte referência:

- **BJR** – heurística construtiva (Bischoff et al.,1995)
- **BR** – heurística construtiva (Bischoff e Ratcliff, 1995)

- **BG\_1** – algoritmo genético (Gehring e Bortfeldt, 1997)
- **DB** – heurística construtiva (Davies e Bischoff, 1999)
- **E** – heurística com busca em árvore (Eley, 2002)
- **CM** – conjunto de cinco heurísticas construtivas (Cecílio e Morabito, 2004)
- **LZ** – metaheurística *squeaky wheel optimization* (Lim e Zhang, 2005)
- **MO** – GRASP (Moura e Oliveira, 2005)
- **AAR1 e AAR2** – Araújo e Armentano (2006)

Os resultados de 3DC/M apresentados na Tabela 7 foram obtidos com uma iteração de criação e 50 iterações de geração de soluções aleatórias onde o número de caixas de cada tipo variou de 20% o resultado da primeira iteração até a quantidade máxima de caixas disponíveis de cada tipo. Por exemplo, se haviam 130 caixas do tipo 2 e na construção foram utilizados 50 caixas, então uma distribuição uniforme sorteou uma quantidade entre 10 e 130 caixas para compor uma solução.

Ao se analisar o resultado do método 3DC/M para as instâncias de Bischoff e Ratcliff (1995), observou-se que o método tem um desempenho médio, comparável à Davies e Bischoff (1999). Tal fato era esperado, considerando que o método não tem um bom critério de seleção de caixas, mas sim está focado em validar um carregamento com a escolha do veículo, como necessário no problema 3L-FSMVRPTW. O desempenho poderia ser melhorado através de um número maior de iterações ou ainda uma estratégia de seleção das caixas a serem carregadas.

## 6.2 Resultados com Frota Homogênea sem Janela de Tempo

Os testes foram executados sobre as 27 instâncias propostas por Gendreau et al. (2006). Estas instâncias foram divididas em três grupos, baseadas no número

de clientes atendidos. Um único tipo de veículo foi utilizado e tem dimensões 60x25x30 (= comprimento x largura x altura). As caixas foram geradas aleatoriamente com dimensões entre 20% e 60% das correspondentes dimensões do veículo. Cada cliente recebe, aleatoriamente, pelo menos uma e no máximo três caixas. Cada caixa deve ter no mínimo 75% de área de suporte na base e pode girar 90° em torno de seu eixo vertical, sempre se mantendo ortogonal em relação às paredes do contêiner. Este trabalho não considera a restrição de fragilidade de empilhamento.

Na tabela a seguir temos os resultados comparativos entre as heurísticas aplicadas ao problema com frota homogênea. A tabela está disposta da seguinte maneira: na primeira coluna tem-se o nome da instância no seguinte formato EXXX-YY, que contém o número de paradas (XXX) e o menor número de veículos (YY) obtido sem a restrição de carregamento de carga. Por exemplo: E076-08s significa que é uma instância onde a distribuição demanda 76 paradas, sendo 1 origem para carregar e 75 clientes para descarregar, e se desconsiderar a tridimensionalidade da carga, poderia ser feito em 08 veículos. A segunda coluna apresenta o número de caixas total a serem entregues. As colunas V, D e T(s) são respectivamente, o número de veículos utilizados, a distância euclidiana total percorrida (incluindo o retorno de cada veículo a origem) e por fim o tempo, em segundos, informado pelos autores para a obtenção da solução incumbente.

Instância	Caixas	3DC Original			3DC com Refinamento			Diferença (Original-Refinada)					
		V	D	T (s)	V	D	T (s)	V	D	T(s)	% V	% D	% T (s)
E016-03m	32	4	329,89	21	4	318,83	141	0	-11,1	120	0,0%	-3,4%	571,4%
E016-05m	26	5	365,42	20	5	342,00	75	0	-23,4	55	0,0%	-6,4%	275,0%
E021-04m	37	5	438,47	66	5	391,65	685	0	-46,8	619	0,0%	-10,7%	937,9%
E021-06m	36	7	451,62	44	6	475,38	519	-1	23,8	475	-14,3%	5,3%	1079,5%
E022-04g	45	6	478,59	132	6	466,20	172	0	-12,4	40	0,0%	-2,6%	30,3%
E022-06m	40	6	541,78	158	6	518,82	236	0	-23,0	78	0,0%	-4,2%	49,4%
E023-03g	46	5	931,88	210	5	866,47	2.164	0	-65,4	1.954	0,0%	-7,0%	930,5%
E023-05s	43	6	896,04	164	6	822,22	1.341	0	-73,8	1.177	0,0%	-8,2%	717,7%
E026-08m	50	9	712,80	46	9	642,69	416	0	-70,1	370	0,0%	-9,8%	804,3%
E030-03g	62	7	959,19	329	7	893,07	2.571	0	-66,1	2.242	0,0%	-6,9%	681,5%
E030-04s	58	7	896,70	321	7	911,49	1.346	0	14,8	1.025	0,0%	1,6%	319,3%
E031-09h	63	10	639,75	250	10	698,60	776	0	58,9	526	0,0%	9,2%	210,4%
E033-03n	61	7	3.061,63	470	7	2.971,70	3.101	0	-89,9	2.631	0,0%	-2,9%	559,8%
E033-04g	72	8	1.695,41	215	8	1.568,18	2.262	0	-127,2	2.047	0,0%	-7,5%	952,1%
E033-05s	68	8	1.580,91	418	8	1.550,46	2.771	0	-30,5	2.353	0,0%	-1,9%	562,9%
E036-11h	63	11	810,05	197	11	754,79	926	0	-55,3	729	0,0%	-6,8%	370,1%
E041-14h	79	15	913,24	216	15	890,18	416	0	-23,1	200	0,0%	-2,5%	92,6%
E045-04f	94	11	1.476,20	613	10	1.372,16	3.983	-1	-104,0	3.370	-9,1%	-7,0%	549,8%
E051-05e	99	12	999,74	1.008	11	906,74	2.200	-1	-93,0	1.192	-8,3%	-9,3%	118,3%
E072-04f	147	18	878,76	2.131	16	760,25	808	-2	-118,5	-1.323	-11,1%	-13,5%	-62,1%
E076-07s	155	17	1.321,31	1.120	16	1.518,33	4.541	-1	197,0	3.421	-5,9%	14,9%	305,4%
E076-08s	146	19	1.428,61	973	17	1.466,62	2.786	-2	38,0	1.813	-10,5%	2,7%	186,3%
E076-10e	150	17	1.432,29	1.079	15	1.421,80	2.430	-2	-10,5	1.351	-11,8%	-0,7%	125,2%
E076-14s	143	18	1.383,50	763	16	1.477,64	2.747	-2	94,1	1.984	-11,1%	6,8%	260,0%
E101-08e	193	22	1.811,73	1.053	20	1.916,17	4.903	-2	104,4	3.850	-9,1%	5,8%	365,6%
E101-10c	199	26	2.044,70	969	24	1.984,96	3.148	-2	-59,7	2.179	-7,7%	-2,9%	224,9%
E101-14s	198	24	1.823,18	898	22	1.941,50	4.409	-2	118,3	3.511	-8,3%	6,5%	391,0%
<b>Total</b>	<b>2405</b>	<b>310</b>	<b>30.303,39</b>	<b>13.884</b>	<b>292</b>	<b>29.848,90</b>	<b>51.873</b>	<b>-18</b>	<b>-454,49</b>	<b>37.989</b>	<b>-5,8%</b>	<b>-1,5%</b>	<b>273,6%</b>
<b>Média</b>			<b>1.122,35</b>	<b>514</b>		<b>1.105,51</b>	<b>1.921</b>						

**Tabela 8: resultado do algoritmo proposto (não considera fragilidade)**

Inicialmente Campos e Yoshizaki (2007) apresentaram a heurística de carregamento de contêiner do algoritmo 3DC que foi refinada ao longo deste trabalho conforme explicado no item 5.8. O resultado desta melhoria pode ser observado na Tabela 8, onde se percebe um ganho significativo de 18 veículos (5,8% a menos) em relação ao número total de veículo somados os resultados de todas as instâncias, e também a redução da distância total percorrida em 1,5%. Esta evolução, contudo, demandou um custo computacional total 115% maior que o método original.

A seguir tem-se a comparação de resultados com outros estudos da literatura. Os métodos que foram comparados são referenciados da seguinte forma: GILM para Gendreau et al. (2006), AACR para Araújo (2006) e 3DC com refinamento - proposta deste trabalho. Nos três casos, foram coletados os resultados para os experimentos que desconsideraram a restrição de fragilidade de empilhamento.

Na Tabela 9, pode ser observado que número de veículos total, somados todas as instâncias, diminui em 44 unidades, de 336 veículos em GILM para 292 em 3DC, significando uma redução de 13,1%. Importante ressaltar que o custo fixo é proporcional ao número de veículos utilizado e que normalmente este custo é muito maior do que o custo variável, relacionado às distâncias percorridas. Esta constatação tem um impacto ainda mais significativo se a frota utilizada for terceirizada, tendo em vista que os custos de locação dos veículos devem compensar a administração do operador logístico, dono da frota. Desta forma, mesmo o aumento de 8,9% com relação à distância percorrida, de 27.411 em GILM para 29.848 unidades em 3DC, é interessante do ponto de vista de custos globais.

Ainda vale destacar que para os casos com mais de 100 de caixas e, portanto, mais complexos, a heurística 3DC trouxe um resultado ainda mais eficiente, com uma média de 14% na redução do número de veículos. Isto significa que a capacidade de carregar o veículo para cumprir a rota de descarregamento, conforme exige o problema, é um diferencial da heurística 3DC em relação à GILM.

Instância	Caixas	GILM			3DC			Diferença (3DC-GILM)			
		V	D	T (s)	V	D	T (s)	V	D	% V	% D
E016-03m	32	5	316,32	2	4	318,83	141	-1	3	-20,0%	0,8%
E016-05m	26	5	334,96	13	5	342,00	75	0	7	0,0%	2,1%
E021-04m	37	5	430,02	1.137	5	391,65	685	0	-38	0,0%	-8,9%
E021-06m	36	6	440,68	62	6	475,38	519	0	35	0,0%	7,9%
E022-04g	45	7	462,59	60	6	466,20	172	-1	4	-14,3%	0,8%
E022-06m	40	6	498,32	90	6	518,82	236	0	21	0,0%	4,1%
E023-03g	46	6	801,03	112	5	866,47	2.164	-1	65	-16,7%	8,2%
E023-05s	43	8	864,54	686	6	822,22	1.341	-2	-42	-25,0%	-4,9%
E026-08m	50	8	677,06	8	9	642,69	416	1	-34	12,5%	-5,1%
E030-03g	62	10	843,33	3.109	7	893,07	2.571	-3	50	-30,0%	5,9%
E030-04s	58	9	819,36	1.135	7	911,49	1.346	-2	92	-22,2%	11,2%
E031-09h	63	9	669,16	3.042	10	698,60	776	1	29	11,1%	4,4%
E033-03n	61	9	2.753,91	3.371	7	2.971,70	3.101	-2	218	-22,2%	7,9%
E033-04g	72	11	1.518,26	2.599	8	1.568,18	2.262	-3	50	-27,3%	3,3%
E033-05s	68	10	1.414,19	574	8	1.550,46	2.771	-2	136	-20,0%	9,6%
E036-11h	63	11	711,11	3.080	11	754,79	926	0	44	0,0%	6,1%
E041-14h	79	14	920,87	2.138	15	890,18	416	1	-31	7,1%	-3,3%
E045-04f	94	14	1.453,51	3.100	10	1.372,16	3.983	-4	-81	-28,6%	-5,6%
E051-05e	99	13	853,05	3.768	11	906,74	2.200	-2	54	-15,4%	6,3%
E072-04f	147	20	653,47	2.364	16	760,25	808	-4	107	-20,0%	16,3%
E076-07s	155	18	1.185,67	6.244	16	1.518,33	4.541	-2	333	-11,1%	28,1%
E076-08s	146	19	1.243,22	3.562	17	1.466,62	2.786	-2	223	-10,5%	18,0%
E076-10e	150	18	1.248,25	648	15	1.421,80	2.430	-3	174	-16,7%	13,9%
E076-14s	143	18	1.187,68	3.896	16	1.477,64	2.747	-2	290	-11,1%	24,4%
E101-08e	193	24	1.673,08	7.187	20	1.916,17	4.903	-4	243	-16,7%	14,5%
E101-10c	199	28	1.775,52	6.887	24	1.984,96	3.148	-4	209	-14,3%	11,8%
E101-14s	198	25	1.662,10	6.205	22	1.941,50	4.409	-3	279	-12,0%	16,8%
<b>Total</b>	<b>2405</b>	<b>336</b>	<b>27.411,26</b>	<b>65.079</b>	<b>292</b>	<b>29.848,90</b>	<b>51.873</b>	<b>-44</b>	<b>2.438</b>		
<b>Média</b>			<b>1.015,23</b>	<b>2.410</b>		<b>1.105,51</b>	<b>1.921</b>			<b>-13,1%</b>	<b>8,9%</b>

**Tabela 9: resultado comparativo com Gendreau et al. (2006) – sem fragilidade**

Em ambos os casos ocorre este comportamento, pois a função objetivo é hierárquica e, primeiramente, se busca a diminuição da frota para depois reduzir a distância percorrida. Uma vez que 3DC está fazendo uma busca local somente, há expectativa de que futuras melhorias em termos de diversificação da busca tornem as distâncias sensivelmente menores do que as atuais.

Com a redução do número total de veículos, de 300 em AACR para 292 em 3DC, houve um ganho de 2,7%. A distância, por sua vez, passou de 26.521 em AACR para 29.848 unidades em 3DC, representando um aumento de 12,5%. Similarmente, nos casos mais complexos, com mais de 100 caixas, o algoritmo 3DC obteve consistentemente bons resultados em número de veículos, sendo que somente nas instâncias E076-08s e E076-14s houve empate. O caso E076-10e,

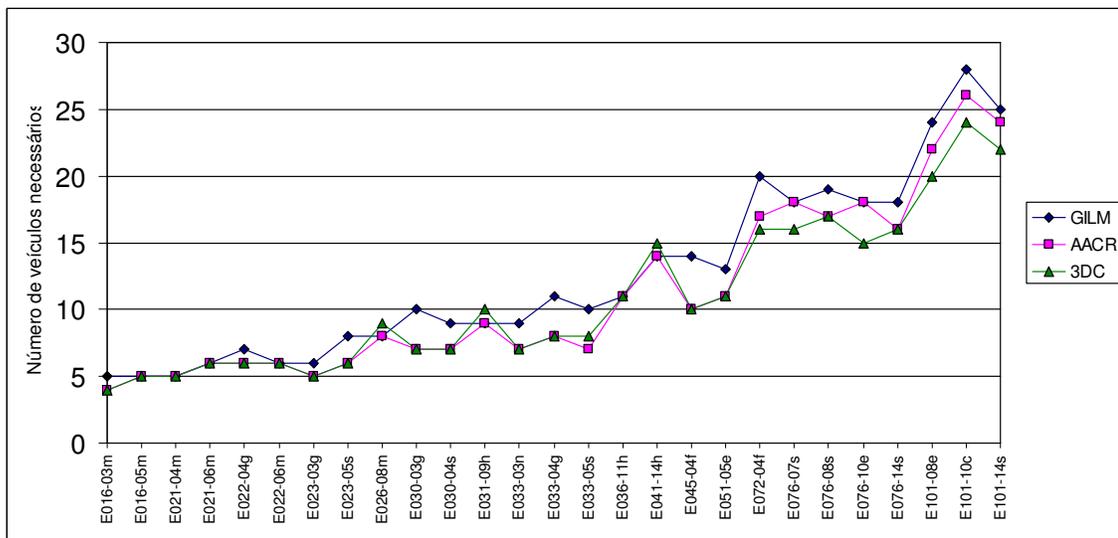
com 150 caixas, teve resultado excepcional, reduzindo em 3 veículos o tamanho da frota necessária.

Instância	Caixas	AACR			3DC			Diferença (3DC-AACR)			
		V	D	T (s)	V	D	T (s)	V	D	% V	% D
E016-03m	32	4	304,13	73	4	318,83	141	0	15	0,0%	4,8%
E016-05m	26	5	334,97	224	5	342,00	75	0	7	0,0%	2,1%
E021-04m	37	5	396,05	180	5	391,65	685	0	-4	0,0%	-1,1%
E021-06m	36	6	448,24	111	6	475,38	519	0	27	0,0%	6,1%
E022-04g	45	6	467,79	12	6	466,20	172	0	-2	0,0%	-0,3%
E022-06m	40	6	499,08	707	6	518,82	236	0	20	0,0%	4,0%
E023-03g	46	5	775,87	27	5	866,47	2.164	0	91	0,0%	11,7%
E023-05s	43	6	821,98	13	6	822,22	1.341	0	0	0,0%	0,0%
E026-08m	50	8	658,41	331	9	642,69	416	1	-16	12,5%	-2,4%
E030-03g	62	7	838,61	275	7	893,07	2.571	0	54	0,0%	6,5%
E030-04s	58	7	806,52	353	7	911,49	1.346	0	105	0,0%	13,0%
E031-09h	63	9	621,56	474	10	698,60	776	1	77	11,1%	12,4%
E033-03n	61	7	2.782,60	154	7	2.971,70	3.101	0	189	0,0%	6,8%
E033-04g	72	8	1.499,10	589	8	1.568,18	2.262	0	69	0,0%	4,6%
E033-05s	68	7	1.438,38	1.914	8	1.550,46	2.771	1	112	14,3%	7,8%
E036-11h	63	11	698,61	88	11	754,79	926	0	56	0,0%	8,0%
E041-14h	79	14	878,14	2.114	15	890,18	416	1	12	7,1%	1,4%
E045-04f	94	10	1.270,66	2.227	10	1.372,16	3.983	0	102	0,0%	8,0%
E051-05e	99	11	780,02	2.921	11	906,74	2.200	0	127	0,0%	16,2%
E072-04f	147	17	621,00	7.153	16	760,25	808	-1	139	-5,9%	22,4%
E076-07s	155	18	1.185,67	2.408	16	1.518,33	4.541	-2	333	-11,1%	28,1%
E076-08s	146	17	1.220,85	1.218	17	1.466,62	2.786	0	246	0,0%	20,1%
E076-10e	150	18	1.186,89	5.566	15	1.421,80	2.430	-3	235	-16,7%	19,8%
E076-14s	143	16	1.164,17	7.188	16	1.477,64	2.747	0	313	0,0%	26,9%
E101-08e	193	22	1.494,14	6.976	20	1.916,17	4.903	-2	422	-9,1%	28,2%
E101-10c	199	26	1.736,01	7.157	24	1.984,96	3.148	-2	249	-7,7%	14,3%
E101-14s	198	24	1.592,29	2.304	22	1.941,50	4.409	-2	349	-8,3%	21,9%
<b>Total</b>	<b>2405</b>	<b>300</b>	<b>26.521,74</b>	<b>52.757</b>	<b>292</b>	<b>29.848,90</b>	<b>51.873</b>	<b>-8</b>	<b>3.327</b>		
<b>Média</b>			<b>982,29</b>	<b>1.954</b>		<b>1.105,51</b>	<b>1.921</b>			<b>-2,7%</b>	<b>12,5%</b>

**Tabela 10: resultado comparativo com Araújo (2006) – sem fragilidade**

Os tempos de processamento não podem ser comparados diretamente, pois tanto a linguagem de programação quanto o hardware são distintos. Todavia, como não há grande diferença temporal e aproximadamente pela descrição dos autores os equipamentos são similares, pode-se observar que o tempo de processamento requerido pelo algoritmo até que se encontre a melhor solução incumbente é próximo no total de todas as instâncias somadas, porém é cerca de 35% menor em 3DC, em média, nos casos mais complexos, com maior número de caixas. Com esta informação entendemos que há espaço para ainda investir em processamento computacional para melhorar a questão da distância mencionada anteriormente.

No gráfico da Figura 54, observa-se que no primeiro conjunto de instâncias com até 50 caixas, os 3 algoritmos demandam aproximadamente a mesma quantidade de veículos. Há um descolamento de GILM que, a partir das instâncias com mais de 50 caixas, requer mais veículos do que AACR e 3DC. No conjunto de instâncias com mais de 100 caixas, o algoritmo 3DC utiliza-se sempre um número menor ou igual de veículos, dominando, portanto os outros algoritmos com relação a este objetivo.



**Figura 54: comparativo dos 3 algoritmos apresentados**

### 6.3 Resultados para Frota Homogênea com Janela de Tempo

Como foi o primeiro trabalho na literatura a tratar o problema integrado de carregamento e roteamento de veículos considerando janela de tempo, 3D-VRPTW, Moura e Oliveira (2007) propuseram um conjunto de 46 instâncias onde combinaram as instâncias R1 e R2 com 25 clientes de Solomon (1987) com a instância BR2 de

Bischoff e Ratcliff (1995). Com isso, duas novas classes de problemas foram criadas: I1 (R1 e BR2) e I2 (R2 e BR2). Para cada classe 2 grupos foram assim definidos:

- **Grupo I:** clientes com demanda variando de 30 a 80 caixas de 1 a 5 tipos diferentes. Em média 42 caixas por demanda. Totalizando 1050 caixas;
- **Grupo II:** clientes com demanda variando de 50 a 100 caixas de 1 a 5 tipos diferentes. Em média 62 caixas por demanda. Totalizando 1550 caixas.

A Tabela 11 sumariza a qualificação relativa dos 4 blocos de instâncias propostas, conforme descrito anteriormente:

Combinação		Característica	
Grupo	Classe	Horizonte de programação	Variabilidade da Demanda (de 1 a 5 tipos)
I	1	Curto	Fracamente heterogênea com média 42 cx/cliente
I	2	Longo	Fracamente heterogênea com média 42 cx/cliente
II	1	Curto	Fracamente heterogênea com média 62 cx/cliente
II	2	Longo	Fracamente heterogênea com média 62 cx/cliente

**Tabela 11: combinações propostas por Moura e Oliveira (2007)**

Moura e Oliveira (2007) apresentaram resultados do algoritmo desenvolvido em todas as variações, hierárquica e seqüencial, e critérios de seleção, contemplando 12 avaliações distintas. Nas tabelas seguintes estão selecionados somente os melhores resultados destes autores, coluna MO, para cada instância proposta. A coluna 3DC contém o resultado do algoritmo proposto neste trabalho. As colunas V e D contêm a quantidade de veículos e a distância percorrida, respectivamente. A diferença é calculada tanto no valor absoluto quanto em porcentagem para que se analisem relativamente os resultados apresentados.

Os resultados a seguir foram obtidos em 10.000 iterações do operador 2-IntensiveSwap e 1.000 iterações do operador 3-IntensiveSwap, para uma área de suporte para cada caixa de 100%, e um raio de vizinhança de 0,8.

A análise da Tabela 12 mostra o desempenho superior do algoritmo 3DC em relação ao método MO, tanto com relação ao número de veículos utilizados como com relação ao tamanho dos roteiros de entrega, com exceção do caso GI/I1-02, onde MO conseguiu menor distância. Na média 3DC conseguiu uma redução de 5,1% na quantidade de veículos e 38,6% na distância total.

Instância	MO		3DC		Diferença (3DC-MO)			
	V	D	V	D	V	D	% V	% D
GI/I1-01	9	762,59	8	635,85	-1	-126,74	-11,1%	-16,6%
GI/I1-02	8	675,24	8	610,96	0	-64,28	0,0%	-9,5%
GI/I1-03	6	1.250,86	6	548,22	0	-702,64	0,0%	-56,2%
GI/I1-04	6	605,72	6	493,03	0	-112,69	0,0%	-18,6%
GI/I1-05	9	1.398,47	7	580,31	-2	-818,16	-22,2%	-58,5%
GI/I1-06	7	757,08	6	591,65	-1	-165,43	-14,3%	-21,9%
GI/I1-07	6	1.108,67	6	548,37	0	-560,30	0,0%	-50,5%
GI/I1-08	5	397,19	5	464,37	0	67,18	0,0%	16,9%
GI/I1-09	6	1.050,70	6	610,88	0	-439,82	0,0%	-41,9%
GI/I1-10	6	578,36	6	502,00	0	-76,36	0,0%	-13,2%
GI/I1-11	6	1.128,55	6	498,62	0	-629,93	0,0%	-55,8%
GI/I1-12	5	980,97	5	478,93	0	-502,04	0,0%	-51,2%
<b>Totais</b>	<b>79</b>	<b>10.694,40</b>	<b>75</b>	<b>6.563,19</b>	<b>-4</b>	<b>-4.131,21</b>		
<b>Médias</b>	<b>6,6</b>	<b>891,20</b>	<b>6,3</b>	<b>546,93</b>			<b>-5,1%</b>	<b>-38,6%</b>

**Tabela 12: resultados para grupo I e classe I1**

Na combinação do grupo I com a classe I2, Tabela 13, o algoritmo MO consegue economizar um veículo na instância GI/I2-08 com um roteiro 9,45 unidades menor. No restante das instâncias, todavia, o número de veículos é igual em ambos os algoritmos, com desempenho muito superior de 3DC com relação à medida da distância utilizada.

Instância	MO		3DC		Diferença (3DC-MO)			
	V	D	V	D	V	D	% V	% D
GI/12-01	5	2.668,55	5	572,32	0	-2.096,23	0,0%	-78,6%
GI/12-02	5	2.555,26	5	526,13	0	-2.029,13	0,0%	-79,4%
GI/12-03	5	2.526,11	5	509,87	0	-2.016,24	0,0%	-79,8%
GI/12-04	5	1.953,67	5	479,19	0	-1.474,48	0,0%	-75,5%
GI/12-05	5	635,96	5	504,79	0	-131,17	0,0%	-20,6%
GI/12-06	5	2.394,25	5	459,75	0	-1.934,50	0,0%	-80,8%
GI/12-07	5	2.187,27	5	473,12	0	-1.714,15	0,0%	-78,4%
GI/12-08	4	472,35	5	481,80	1	9,45	25,0%	2,0%
GI/12-09	5	674,01	5	455,65	0	-218,36	0,0%	-32,4%
GI/12-10	5	753,04	5	498,74	0	-254,30	0,0%	-33,8%
GI/12-11	5	2.049,39	5	491,42	0	-1.557,97	0,0%	-76,0%
<b>Totais</b>	<b>54</b>	<b>18.869,86</b>	<b>55</b>	<b>5.452,78</b>	<b>1</b>	<b>-13.417,08</b>		
<b>Médias</b>	<b>4,9</b>	<b>1.715,44</b>	<b>5,0</b>	<b>495,71</b>			<b>1,9%</b>	<b>-71,1%</b>

Tabela 13: resultados para grupo I e classe I2

O resultado para a combinação do grupo II com a classe I1, conforme Tabela 14, é bastante similar ao resultado para o grupo I com classe I1. Com 3 veículos a menos e 8.138 unidades de distância 3DC conseguiu cumprir as entregas, fazendo uma única parada em cada cliente. Somente no caso GII/I1-09, o algoritmo MO conseguiu utilizar 1 veículo a menos com uma distância total de tamanho razoável comparativamente a 3DC.

Instância	MO		3DC		Diferença (3DC-MO)			
	V	D	V	D	V	D	% V	% D
GII/I1-01	9	823,04	10	682,99	1	-140,05	11,1%	-17,0%
GII/I1-02	9	1.622,59	8	594,40	-1	-1.028,19	-11,1%	-63,4%
GII/I1-03	7	1.451,39	7	532,40	0	-918,99	0,0%	-63,3%
GII/I1-04	7	1.221,44	7	529,65	0	-691,79	0,0%	-56,6%
GII/I1-05	10	1.532,44	7	662,55	-3	-869,89	-30,0%	-56,8%
GII/I1-06	8	1.576,10	7	600,74	-1	-975,36	-12,5%	-61,9%
GII/I1-07	7	1.378,36	7	542,45	0	-835,91	0,0%	-60,6%
GII/I1-08	7	1.187,52	7	504,26	0	-683,26	0,0%	-57,5%
GII/I1-09	6	625,91	7	613,62	1	-12,29	16,7%	-2,0%
GII/I1-10	7	1.235,62	7	554,22	0	-681,40	0,0%	-55,1%
GII/I1-11	7	1.293,95	7	551,39	0	-742,56	0,0%	-57,4%
GII/I1-12	7	1.069,11	7	510,02	0	-559,09	0,0%	-52,3%
<b>Totais</b>	<b>91</b>	<b>15.017,47</b>	<b>88</b>	<b>6.878,69</b>	<b>-3</b>	<b>-8.138,78</b>		
<b>Médias</b>	<b>7,6</b>	<b>1.251,46</b>	<b>7,3</b>	<b>573,22</b>			<b>-3,3%</b>	<b>-54,2%</b>

Tabela 14: resultados para grupo II e classe I1

A análise da combinação do grupo II com a classe I2, conforme Tabela 15, mostra que com horizonte de tempo maior para o serviço na origem (depósito) é possível se obter ganhos mais expressivos com relação a distância percorrida. Apesar de em uma instância, GI/I2-01, ocorrer uma economia significativa de 28,6% no tamanho da frota, no total das instâncias do grupo houve um equilíbrio quanto ao uso dos veículos.

Instância	MO		3DC		Diferença (3DC-MO)			
	V	D	V	D	V	D	% V	% D
GII/I2-01	7	3.740,55	5	572,32	-2	-3.168,23	-28,6%	-84,7%
GII/I2-02	7	3.496,39	7	567,96	0	-2.928,43	0,0%	-83,8%
GII/I2-03	7	3.134,62	7	537,44	0	-2.597,18	0,0%	-82,9%
GII/I2-04	6	3.814,29	7	527,12	1	-3.287,17	16,7%	-86,2%
GII/I2-05	7	627,66	7	538,23	0	-89,43	0,0%	-14,2%
GII/I2-06	7	3.115,18	7	512,65	0	-2.602,53	0,0%	-83,5%
GII/I2-07	7	2.740,03	7	566,24	0	-2.173,79	0,0%	-79,3%
GII/I2-08	7	2.212,02	7	528,62	0	-1.683,40	0,0%	-76,1%
GII/I2-09	7	2.962,35	7	541,12	0	-2.421,23	0,0%	-81,7%
GII/I2-10	7	3.512,25	7	543,41	0	-2.968,84	0,0%	-84,5%
GII/I2-11	6	2.631,39	7	504,82	1	-2.126,57	16,7%	-80,8%
<b>Totais</b>	<b>75</b>	<b>31.986,73</b>	<b>75</b>	<b>5.939,93</b>	<b>0</b>	<b>-26.046,80</b>		
<b>Médias</b>	<b>6,8</b>	<b>2.907,88</b>	<b>6,8</b>	<b>539,99</b>			<b>0,0%</b>	<b>-81,4%</b>

**Tabela 15: resultados para grupo II e classe I2**

Como consolidação final a Tabela 16 apresenta comportamentos semelhantes quando analisado com relação à classe mais especificamente. A restrição da janela de tempo de I1 e I2 rege os aspectos da qualidade do carregamento e conseqüentemente o número de veículos necessário:

Combinação		Diferença entre 3DC e MO	
Grupo	Classe	Veículos	Distância
I	1	-5,1%	-38,6%
I	2	1,9%	-71,1%
II	1	-3,3%	-54,2%
II	2	0,0%	-81,4%
<b>Média</b>		<b>-1,6%</b>	<b>-61,3%</b>

**Tabela 16: resumo comparativo entre média dos resultados**

Com horizonte mais curto para o serviço, encontrado na classe I1, 3DC conseguiu trabalhar melhor a restrição de janela de tempo e economizou no tamanho da frota, porém com uma folga de atendimento, previsto na classe I2, não houve ganho no número de veículos, contudo a economia na distância percorrida foi significativamente superior ao algoritmo MO, em relação a classe I1.

A qualidade dos roteiros de MO é baixa na maioria dos casos, pois por construção permitem mais de uma passagem no mesmo cliente. Pode-se concluir que os roteiros propostos contemplaram mais de uma entrega observando a diferença média de 53,9% maiores em MO relativamente a 3DC.

Com maior quantidade e heterogeneidade de caixas aparentemente o algoritmo MO trouxe desempenho um pouco melhor (1,9% na combinação grupo I classe I2), porém não há garantia se este resultado foi devido à qualidade do algoritmo de carregamento de MO puramente ou se o ganho ocorreu em função de não respeitar uma única entrega por cliente, conseguindo desta forma soluções consideradas ineficazes pelo modelo aplicado em 3DC.

## 6.4 Resultados para Frota Heterogênea com Janela de Tempo

Como o problema 3L-FSMVRPTW é novo, este trabalho é pioneiro em apresentar um conjunto de instâncias com seus resultados para ser usados em estudos futuros para efeito de comparação.

Sobre as 46 instâncias propostas por Moura e Oliveira (2007), analisadas na seção 6.3, foram incluídos 3 tipos de veículos para se criar uma frota heterogênea e verificar seu efeito nos resultados, comparativamente à frota homogênea.

A definição dos 3 veículos – pequeno, médio e grande - foi baseada na proporção relativa de carroçarias para veículos reais do mercado nacional, conforme se observa na Tabela 17. O veículo médio foi definido como igual ao veículo utilizado por Moura e Oliveira (2007) para frota homogênea.

Veículo / Medidas internas (mm)	C	L	A	Correspondência	C	L	A
Carroceria tipo baú (toco)	5320	2080	2200	Pequeno	946	207	220
Carroceria tipo sider tamanho padrão	7650	2460	3000	Médio	1360	245	300
Carroceria tipo baú semi reboque	14940	2480	2730	Grande	2656	247	273

Tabela 17: frota heterogênea. Dimensões C=comprimento, L=largura e A=altura

A capacidade em toneladas não foi considerada nestas instâncias tendo em vista que este aspecto poderia simplesmente impedir a clara avaliação da capacidade de carregamento tridimensional com o roteamento respeitando as janelas de tempo nesta frota heterogênea.

Os resultados a seguir foram obtidos em 10.000 iterações do operador *2-IntensiveSwap* e 1.000 iterações do operador *3-IntensiveSwap*, para uma área de suporte para cada caixa de 100%, e um raio de vizinhança de 0,8.

As tabelas apresentadas contêm o nome da instância na primeira coluna, e o número de veículos utilizados (V) e a distância total percorrida (D), incluindo retorno dos veículos ao depósito. As colunas VP, VM e VG contêm o número de veículos pequenos, médios e grandes utilizados, respectivamente. A coluna % U, contém a porcentagem de utilização do volume disponível se somados todas as capacidades volumétricas dos veículos usados.

Considerando a flexibilidade introduzida pela disponibilização de novos tipos de veículos, o esperado, pela função objetivo imposta, é que o número total de veículos e a distância, ambos diminuíssem. Este fato se observa em todos os casos da Tabela 18 exceto na primeira instância. A explicação para o número de veículos com a frota heterogênea ter estabilizado em 9 é que a busca encontrou um ótimo local e dentro do número de iterações imposta não conseguiu evoluir para outra solução melhor.

Para o conjunto completo de instâncias pode-se observar uma diminuição de 75 cargas na frota homogênea para 67 cargas na frota heterogênea, representando uma diminuição de 10,7%, além da redução da distância percorrida em aproximadamente 6,3%. Pode-se concluir também que parte dos veículos da frota homogênea que estavam subutilizados ou tiveram suas cargas consolidadas em veículos grandes (VG) ou simplesmente passaram para veículos pequenos (VP), de modo que individualmente tivessem um aumento na ocupação (3ª. função objetivo na hierarquia) do veículo.

Instância	Frota Homogênea			Frota Heterogênea					
	V	D	% U	VP	VM	VG	V	D	% U
GI/I1-01	8	635,85	44,0%	6	2	1	9	667,02	55,2%
GI/I1-02	8	610,96	44,0%	1	4	2	7	561,89	43,9%
GI/I1-03	6	548,22	58,7%	0	3	2	5	502,65	53,5%
GI/I1-04	6	493,03	58,7%	0	3	2	5	446,45	53,5%
GI/I1-05	7	580,31	50,3%	2	3	2	7	624,49	47,3%
GI/I1-06	6	591,65	58,7%	0	4	2	6	506,18	46,4%
GI/I1-07	6	548,37	58,7%	1	2	2	5	458,02	58,6%
GI/I1-08	5	464,37	70,4%	0	1	3	4	426,31	55,2%
GI/I1-09	6	610,88	58,7%	0	3	2	5	499,17	53,5%
GI/I1-10	6	502,00	58,7%	0	3	2	5	544,38	53,5%
GI/I1-11	6	498,62	58,7%	1	2	2	5	478,21	58,6%
GI/I1-12	5	478,93	70,4%	0	2	2	4	436,67	63,1%
<b>Totais</b>	<b>75</b>	<b>6.563,19</b>		<b>11</b>	<b>32</b>	<b>24</b>	<b>67</b>	<b>6151,44</b>	
<b>Médias</b>	<b>6,3</b>	<b>546,93</b>	<b>57,5%</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>512,62</b>	<b>53,5%</b>

**Tabela 18: resultado frota heterogênea, para grupo I e classe I1**

No conjunto de instâncias apresentado na Tabela 19 houve uma consolidação de cargas trazendo uma surpreendente redução do número de veículos de 55 na frota homogênea para 35 na frota heterogênea. Contudo esta redução de 36,4% não ocorreu através de uma distribuição no uso da frota como no caso das instâncias analisadas na Tabela 18, visto que 91,4% das 35 cargas foram alocadas em veículos grandes (VG). Houve, portanto, uma migração de veículos médios (VM), que são os da frota homogênea, para veículos grandes (VG), por conta da possibilidade de arranjo destas cargas e do horizonte maior das instâncias de classe I2.

Instância	Frota Homogênea			Frota Heterogênea					
	V	D	% U	VP	VM	VG	V	D	% U
GI/I2-01	5	572,32	70,4%	0	0	3	3	582,20	65,5%
GI/I2-02	5	526,13	70,4%	0	0	3	3	460,07	65,5%
GI/I2-03	5	509,87	70,4%	0	2	2	4	458,67	63,1%
GI/I2-04	5	479,19	70,4%	0	0	3	3	481,13	65,5%
GI/I2-05	5	504,79	70,4%	0	1	3	4	474,49	55,2%
GI/I2-06	5	459,75	70,4%	0	0	3	3	458,67	65,5%
GI/I2-07	5	473,12	70,4%	0	0	3	3	393,50	65,5%
GI/I2-08	5	481,80	70,4%	0	0	3	3	425,22	65,5%
GI/I2-09	5	455,65	70,4%	0	0	3	3	474,03	65,5%
GI/I2-10	5	498,74	70,4%	0	0	3	3	484,64	65,5%
GI/I2-11	5	491,42	70,4%	0	0	3	3	410,76	65,5%
<b>Totais</b>	<b>55</b>	<b>5.452,78</b>		<b>0</b>	<b>3</b>	<b>32</b>	<b>35</b>	<b>5103,38</b>	
<b>Médias</b>	<b>5,0</b>	<b>495,71</b>	<b>70,4%</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>463,94</b>	<b>64,4%</b>

**Tabela 19: resultado frota heterogênea, para grupo I e classe I2**

Similarmente aos casos anteriores, a Tabela 20 mostra redução do número de veículos em 21,5% com diminuição da distância percorrida em 10,9%. Como as janelas de tempo para a classe I1 são mais estreitas, não é possível consolidar somente cargas em veículos grandes (VG) e por isso 22,7% das cargas foram distribuídas em veículos pequenos (VP) e médios (VM).

Instância	Frota Homogênea			Frota Heterogênea					
	V	D	% U	VP	VM	VG	V	D	% U
GII/I1-01	10	682,99	51,6%	1	4	3	8	616,46	52,6%
GII/I1-02	8	594,40	64,5%	1	3	3	7	546,24	58,6%
GII/I1-03	7	532,40	73,7%	1	1	4	6	518,88	60,0%
GII/I1-04	7	529,65	73,7%	0	0	5	5	472,89	57,6%
GII/I1-05	7	662,55	73,7%	0	2	4	6	546,27	56,3%
GII/I1-06	7	600,74	73,7%	0	2	4	6	542,90	56,3%
GII/I1-07	7	542,45	73,7%	0	0	5	5	465,19	57,6%
GII/I1-08	7	504,26	73,7%	0	1	4	5	474,53	63,1%
GII/I1-09	7	613,62	73,7%	0	2	4	6	538,96	56,3%
GII/I1-10	7	554,22	73,7%	0	0	5	5	471,72	57,6%
GII/I1-11	7	551,39	73,7%	0	0	5	5	479,31	57,6%
GII/I1-12	7	510,02	73,7%	0	1	4	5	454,43	63,2%
<b>Totais</b>	<b>88</b>	<b>6.878,69</b>		<b>3</b>	<b>16</b>	<b>50</b>	<b>69</b>	<b>6127,78</b>	
<b>Médias</b>	<b>7,3</b>	<b>573,22</b>	<b>71,1%</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>510,65</b>	<b>58,1%</b>

**Tabela 20: resultado frota heterogênea, para grupo II e classe I1**

No último conjunto de instâncias, para o grupo II e classe I2, o resultado é muito similar ao do grupo I e classe I2, conforme se observa na Tabela 21. Há uma consolidação das cargas, 97,8% dos casos, em veículos grandes (VG) e com isso redução significativa, de 38,7%, na quantidade de veículos utilizados. Este efeito, como comentado anteriormente, deve-se principalmente ao fato da classe I2 ter um horizonte mais amplo e permitir que o veículo faça mais entregas, aproveitando seu espaço disponível, respeitando as janelas de tempo do problema.

Instância	Frota Homogênea			Frota Heterogênea					
	V	D	% U	VP	VM	VG	V	D	% U
GII/I2-01	5	572,32	70,4%	0	0	3	3	582,20	65,5%
GII/I2-02	7	567,96	73,7%	0	0	5	5	460,35	57,6%
GII/I2-03	7	537,44	73,7%	0	0	5	5	473,86	57,6%
GII/I2-04	7	527,12	73,7%	0	0	4	4	427,76	72,0%
GII/I2-05	7	538,23	73,7%	0	0	4	4	487,61	72,0%
GII/I2-06	7	512,65	73,7%	0	0	4	4	446,82	72,0%
GII/I2-07	7	566,24	73,7%	0	1	4	5	449,36	63,2%
GII/I2-08	7	528,62	73,7%	0	0	4	4	445,93	72,0%
GII/I2-09	7	541,12	73,7%	0	0	4	4	482,96	72,0%
GII/I2-10	7	543,41	73,7%	0	0	4	4	470,29	72,0%
GII/I2-11	7	504,82	73,7%	0	0	4	4	444,49	72,0%
<b>Totais</b>	<b>75</b>	<b>5.939,93</b>		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>5171,63</b>	
<b>Médias</b>	<b>6,8</b>	<b>539,99</b>	<b>73,4%</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>470,15</b>	<b>68,0%</b>

**Tabela 21: resultado frota heterogênea, para grupo II e classe I2**

Finalmente, pode-se observar na Tabela 22 o resumo dos resultados para estas instâncias, considerando como objetivo a redução do número de veículos e distância total percorrida. A redução mais significativa no tamanho da frota ocorre nas instâncias de classe I2. O uso de veículos pequenos se mostrou viável quando não há possibilidades, em função das janelas de tempo, de maior aproveitamento dos veículos, de acordo com o que acontece nas instâncias da classe I1. A utilização da capacidade volumétrica diminuiu em todos os casos e na média baixou de 68,1% para 61%. Este fato está alinhado com a função objetivo, visto que para se reduzir a quantidade de veículos, a solução migrou para veículos grandes. Estes, por sua vez não foram utilizados em sua capacidade máxima, por conta da restrição de janela de tempo. Consequentemente mesmo compensando a redução na quantidade total, os veículos grandes tiveram sua capacidade subutilizada.

Combinação	Frota Homogênea			Frota Heterogênea					
	V	D	% U	VP	VM	VG	V	D	% U
GI/I1	75	6.563,19	57,5%	11	32	24	67	6151,44	53,5%
GI/I2	55	5.452,78	70,4%	0	3	32	35	5103,38	64,4%
GII/I1	88	6.878,69	71,1%	3	16	50	69	6127,78	58,1%
GII/I2	75	5.939,93	73,4%	0	1	45	46	5171,63	68,0%
<b>Totais</b>	<b>293</b>	<b>24.834,59</b>		<b>14</b>	<b>52</b>	<b>151</b>	<b>217</b>	<b>22554,23</b>	
<b>Médias</b>	<b>73,3</b>	<b>6.208,65</b>	<b>68,1%</b>	<b>4</b>	<b>13</b>	<b>38</b>	<b>54,3</b>	<b>5638,56</b>	<b>61,0%</b>

**Tabela 22: resumo comparativo das soluções com frota homogênea e heterogênea**

Para concluir a análise do impacto de se avaliar uma frota heterogênea, as instâncias anteriores também foram submetidas ao algoritmo proposto com a diferença, no entanto, que a primeira função objetivo na hierarquia foi o custo total, depois seguido pelo número de cargas, distância e ocupação, como anteriormente avaliado.

Utilizando-se uma aproximação dos valores de frete apresentados do estudo de caso realizado por Belfiore (2006) e fazendo uma correspondência com os veículos artificialmente criados para este trabalho, sugere-se a Tabela 23 de custos fixos e variáveis.

<b>Custo</b>	<b>Pequeno</b>	<b>Médio</b>	<b>Grande</b>
<b>Fixo por viagem</b>	80,00	120,00	160,00
<b>Variável por unidade de distância</b>	0,75	0,75	0,75

**Tabela 23: custos de frete do estudo**

Com estes custos pode-se avaliar o impacto na solução de cada instância levando em conta não somente o número de veículos e distância, mas o custo final da solução. Este custo é indicado na coluna C nas tabelas a seguir e é composto por um custo fixo, em função da frota selecionada, e outra parte variável, do custo relativo à unidade de distância percorrida.

Nas tabelas a seguir, o bloco sobre FO1 contém o resultado anteriormente apresentado considerando apenas como função objetivo o número total de veículos, a distância total e a ocupação média, nesta ordem. E no bloco sobre FO2, antes de avaliar FO1, o algoritmo compara o custo total, como descrito na coluna C.

Conforme visto na Tabela 24 a quantidade total de veículos varia pouco, de 67 em FO1 para 66 em FO2, mas há uma distribuição bem distinta quando analisado por tipo de veículo. A quantidade de VP, que é o veículo com menor custo fixo, aumenta de 11 em FO1, para 27 em FO2. Isso significa que para distâncias relativamente curtas compensa usar veículos menores a um custo fixo mais baixo, ao invés de consolidar cargas em veículos maiores.

Exceto na instância GI/I1-08 e GI/I1-11 onde o custo total aumenta, no geral houve ganho de custo pela novo dimensionamento e alocação de frota, representando uma economia de 6,5%. Provavelmente, como se observará também em outros casos, o custo aumenta porque o algoritmo encontra um ótimo local e não consegue mais evoluir a partir deste ponto.

Para conseguir um custo total menor, houve um aumento da distância percorrida em 5%. Isso se deve ao fato de que há uma troca entre usar uma frota mais econômica, seja por modelo ou quantidade, e percorrer uma distância maior que compense no cálculo final.

Instância	FO1: número de cargas, distância e ocupação						FO2: custo fixo + custo variável, FO1					
	VP	VM	VG	V	D	C	VP	VM	VG	V	D	C
GI/I1-01	6	2	1	9	667,02	1.380,27	7	1	1	9	645,86	1.324,40
GI/I1-02	1	4	2	7	561,89	1.301,42	4	2	1	7	583,23	1.157,42
GI/I1-03	0	3	2	5	502,65	1.056,99	1	2	2	5	502,65	1.016,99
GI/I1-04	0	3	2	5	446,45	1.014,84	2	2	1	5	500,86	935,65
GI/I1-05	2	3	2	7	624,49	1.308,37	3	2	1	6	628,40	1.111,30
GI/I1-06	0	4	2	6	506,18	1.179,64	2	2	1	5	592,37	1.004,28
GI/I1-07	1	2	2	5	458,02	983,52	1	3	1	5	488,30	966,23
GI/I1-08	0	1	3	4	426,31	919,73	2	1	2	5	444,22	933,17
GI/I1-09	0	3	2	5	499,17	1.054,38	0	2	2	4	489,44	927,08
GI/I1-10	0	3	2	5	544,38	1.088,29	1	3	1	5	582,26	1.036,70
GI/I1-11	1	2	2	5	478,21	998,66	3	2	1	6	545,18	1.048,89
GI/I1-12	0	2	2	4	436,67	887,50	1	1	2	4	454,77	861,08
<b>Totais</b>	<b>11</b>	<b>32</b>	<b>24</b>	<b>67</b>	<b>6.151,44</b>	<b>13.173,58</b>	<b>27</b>	<b>23</b>	<b>16</b>	<b>66</b>	<b>6.457,54</b>	<b>12.323,16</b>
<b>Médias</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>512,62</b>	<b>1.097,80</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>6</b>	<b>538,13</b>	<b>1.026,93</b>

**Tabela 24: resultado considerando custos para grupo I e classe I1**

As instâncias do grupo I e classe I2 têm comportamento similar tanto no caso onde se avalia FO1 quanto em FO2, ou seja, há uma concentração no mesmo perfil de frota em quase todos os casos.

Quando se avalia o custo, em FO2, há uma troca constante de 1 veículo grande (VG) por um veículo médio (VM), que é mais econômico. Esta troca, que reduz o custo em 3,1%, compensa o fato de a distância aumentar em 9,3%. Certamente com outros custos o comportamento da distribuição da frota seria diferente.

Instância	FO1: número de cargas, distância e ocupação						FO2: custo fixo + custo variável, FO1					
	VP	VM	VG	V	D	C	VP	VM	VG	V	D	C
GI/I1-01	0	0	3	3	582,20	916,65	0	1	2	3	658,83	934,12
GI/I1-02	0	0	3	3	460,07	825,05	0	1	2	3	490,35	807,76
GI/I1-03	0	2	2	4	458,67	904,00	0	1	2	3	501,27	815,95
GI/I1-04	0	0	3	3	481,13	840,85	0	1	2	3	440,05	770,04
GI/I1-05	0	1	3	4	474,49	955,87	0	1	2	3	494,93	811,20
GI/I1-06	0	0	3	3	458,67	824,00	0	1	2	3	566,73	865,05
GI/I1-07	0	0	3	3	393,50	775,13	0	1	2	3	522,36	831,77
GI/I1-08	0	0	3	3	425,22	798,92	0	1	2	3	436,33	767,25
GI/I1-09	0	0	3	3	474,03	835,52	0	1	2	3	498,80	814,10
GI/I1-10	0	0	3	3	484,64	843,48	0	1	2	3	548,16	851,12
GI/I1-11	0	0	3	3	410,76	788,07	0	1	2	3	417,94	753,46
<b>Totais</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>32</b>	<b>35</b>	<b>5.103,38</b>	<b>9.307,54</b>	<b>0</b>	<b>11</b>	<b>22</b>	<b>33</b>	<b>5.575,75</b>	<b>9.021,81</b>
<b>Médias</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>463,94</b>	<b>846,14</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>506,89</b>	<b>820,16</b>

**Tabela 25: resultado considerando custos para grupo I e classe I2**

A introdução dos custos no caso das instâncias de classe I1 gera uma configuração bem mais equilibrada conforme observado na Tabela 24 e a seguir na Tabela 26. Houve um aumento expressivo na quantidade de veículos pequenos (VP) utilizados, tendo em vista que nas distâncias mais curtas, esta troca de custo traz benefícios em termos de custo da ordem de 5,2%. No total, o número de veículos aumentou para os casos onde se avaliou o custo com FO2. A premissa de que um menor número de cargas é a melhor solução, portanto não é válida para distâncias curtas com janelas de tempo mais estreitas, tendo em vista a impossibilidade de se obter o máximo aproveitamento da capacidade dos veículos maiores e com isso obter ganhos sobre a consolidação de cargas, através do poder de carregamento tridimensional do algoritmo.

Instância	FO1: número de cargas, distância e ocupação						FO2: custo fixo + custo variável, FO1					
	VP	VM	VG	V	D	C	VP	VM	VG	V	D	C
GI/I1-01	1	4	3	8	616,46	1.502,35	3	4	1	8	669,32	1.381,99
GI/I1-02	1	3	3	7	546,24	1.329,68	4	3	1	8	662,82	1.337,12
GI/I1-03	1	1	4	6	518,88	1.229,16	2	1	3	6	527,21	1.155,41
GI/I1-04	0	0	5	5	472,89	1.154,67	0	3	2	5	471,95	1.033,96
GI/I1-05	0	2	4	6	546,27	1.289,70	1	3	2	6	599,51	1.209,63
GI/I1-06	0	2	4	6	542,90	1.287,18	3	2	2	7	545,62	1.209,22
GI/I1-07	0	0	5	5	465,19	1.148,89	1	4	1	6	561,23	1.140,92
GI/I1-08	0	1	4	5	474,53	1.115,90	0	1	3	4	443,18	932,39
GI/I1-09	0	2	4	6	538,96	1.284,22	2	2	2	6	641,46	1.201,10
GI/I1-10	0	0	5	5	471,72	1.153,79	2	2	2	6	570,60	1.147,95
GI/I1-11	0	0	5	5	479,31	1.159,48	1	3	2	6	586,26	1.199,70
GI/I1-12	0	1	4	5	454,43	1.100,82	0	3	2	5	471,49	1.033,62
<b>Totais</b>	<b>3</b>	<b>16</b>	<b>50</b>	<b>69</b>	<b>6.127,78</b>	<b>14.755,84</b>	<b>19</b>	<b>31</b>	<b>23</b>	<b>73</b>	<b>6.750,65</b>	<b>13.982,99</b>
<b>Médias</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>510,65</b>	<b>1.229,65</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>562,55</b>	<b>1.165,25</b>

**Tabela 26: resultado considerando custos para grupo II e classe I1**

Para as instâncias do grupo II e classe I2, houve uma redução significativa de custo em 7,4% acompanhado de uma redução de 3 veículos, equivalente a 6,5% da frota e um aumento de apenas 1,2% na distância percorrida. Neste caso, observado na Tabela 27, mantém-se maior concentração de veículos grandes (VG) por conta da possibilidade de consolidação da carga sem infringir a restrição de janela de tempo.

Instância	FO1: número de cargas, distância e ocupação						FO2: custo fixo + custo variável, FO1					
	VP	VM	VG	V	D	C	VP	VM	VG	V	D	C
GI/I1-01	0	0	3	3	582,20	916,65	0	1	2	3	658,83	934,12
GI/I1-02	0	0	5	5	460,35	1.145,26	0	1	3	4	597,91	1.048,43
GI/I1-03	0	0	5	5	473,86	1.155,40	0	1	3	4	425,10	918,83
GI/I1-04	0	0	4	4	427,76	960,82	0	1	3	4	430,35	922,76
GI/I1-05	0	0	4	4	487,61	1.005,71	0	1	3	4	439,93	929,95
GI/I1-06	0	0	4	4	446,82	975,12	0	1	3	4	388,05	891,04
GI/I1-07	0	1	4	5	449,36	1.097,02	0	1	3	4	450,37	937,78
GI/I1-08	0	0	4	4	445,93	974,45	0	1	3	4	421,66	916,25
GI/I1-09	0	0	4	4	482,96	1.002,22	0	1	3	4	457,43	943,07
GI/I1-10	0	0	4	4	470,29	992,72	0	1	3	4	509,29	981,97
GI/I1-11	0	0	4	4	444,49	973,37	0	1	3	4	456,43	942,32
<b>Totais</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>5.171,63</b>	<b>11.198,72</b>	<b>0</b>	<b>11</b>	<b>32</b>	<b>43</b>	<b>5.235,35</b>	<b>10.366,51</b>
<b>Médias</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>470,15</b>	<b>1.018,07</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>475,94</b>	<b>942,41</b>

**Tabela 27: resultado considerando custos para grupo II e classe I2**

Em resumo, conforme observado anteriormente, a Tabela 28 mostra que ao se considerar o custo total como prioridade, em FO2, ao invés de simplesmente o número de veículos, a distância e ocupação, como em FO1, o perfil de frota é bastante afetado. Ao se analisar distâncias menores com horizonte de atendimento mais curto, como nas instâncias de classe I1, o algoritmo opta por utilizar veículos menores, pois a concentração de carga em veículos grandes não compensa o custo fixo gerado. Com isso a distância média por instância também aumenta.

Combinação	FO1: número de cargas, distância e ocupação						FO2: custo fixo + custo variável, FO1					
	VP	VM	VG	V	D	C	VP	VM	VG	V	D	C
GI/I1	11	32	24	67	6.151,44	13.173,58	27	23	16	66	6.457,54	12.323,16
GI/I2	0	3	32	35	5.103,38	9.307,54	0	11	22	33	5.575,75	9.021,81
GII/I1	3	16	50	69	6.127,78	14.755,84	19	31	23	73	6.750,65	13.982,99
GII/I2	0	1	45	46	5.171,63	11.198,72	0	11	32	43	5.235,35	10.366,51
<b>Totais</b>	<b>14</b>	<b>52</b>	<b>151</b>	<b>217</b>	<b>22.554,23</b>	<b>48.435,67</b>	<b>46</b>	<b>76</b>	<b>93</b>	<b>215</b>	<b>24.019,29</b>	<b>45.694,47</b>
<b>Médias</b>	<b>4</b>	<b>13</b>	<b>38</b>	<b>54,3</b>	<b>5.638,56</b>	<b>12.108,92</b>	<b>12</b>	<b>19</b>	<b>23</b>	<b>53,8</b>	<b>6.004,82</b>	<b>11.423,62</b>

**Tabela 28: resumo dos resultados considerando custo total**

Por fim, como benefício indireto de se avaliar o custo em FO2, constata-se que a solução em número de veículos, como esperado em FO1, é melhor. Isto significa que a solução de FO1 ainda é um ótimo local, que foi suplantado quando se introduziu outra função objetivo (FO2). Com isso, há um reforço para se investir em outras formas de busca que saiam de ótimos locais e explorem melhor o espaço de soluções do problema estudado.

## 7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 Conclusões

Este trabalho abordou um novo problema denominado 3L-FSMVRPTW, que compreende simultaneamente a roteirização de veículos e seu carregamento tridimensional considerando frota heterogênea e janela de tempo.

O algoritmo proposto, denominado 3DC, contemplou três inovações fundamentais deste trabalho:

- *k-IntensiveSwap*, um operador de vizinhança para busca local: apesar de ter um custo computacional alto, a variabilidade e amplitude da vizinhança explorada pelo operador se mostraram adequados ao problema de carregamento e roteirização integrados;
- *heurística de carregamento de veículos*: fundamentada em boas práticas de outras heurísticas, o algoritmo proposto mostrou-se rápido e adequado para validação da capacidade de carregamento de veículos;
- *taxa de ocupação*: uma maneira de medir a qualidade da adequação do arranjo de carga nos veículos que auxilia na seleção dos mesmos no caso de frota heterogênea.

Quando analisado isoladamente a heurística de carregamento de veículos para as instâncias de Bischoff e Ratcliff (1995) teve resultado razoável em relação a outros métodos disponíveis.

Com relação ao problema integrado de carregamento e roteirização o algoritmo 3DC mostrou um desempenho superior com relação à consolidação de cargas e menor uso de veículos, contudo a um custo de maior distância percorrida, quando comparado com Gendreau et al. (2006) e Araújo (2006). Este ponto não chega a ser negativo, tendo em vista que o primeiro critério de avaliação é o tamanho da frota e a distância total percorrida por vezes aumenta, pois os veículos fazem rotas maiores em busca de consolidação de cargas.

No problema integrado de carregamento e roteirização com janela de tempo, o algoritmo 3DC apresentou resultados muito superiores ao de Moura e Oliveira (2007), principalmente nos casos onde o horizonte de programação das cargas era mais curto em função da menor janela de tempo na origem.

Como resultado final deste trabalho ainda foi produzido um conjunto de instâncias e resultados para comparações futuras (*benchmark*) para o problema completo com frota heterogênea, 3L-FSMVRPTW.

Como identificado na revisão bibliográfica, havia algumas lacunas a serem preenchidas e alguns temas a serem tratados por este estudo. Este trabalho preencheu estas lacunas e, com isso, seus objetivos foram atingidos satisfatoriamente.

A Tabela 29 resume o conjunto de contribuições do estudo, alinhado com as expectativas apresentadas inicialmente na Tabela 3.

<b>Tópico</b>	<b>Descrição</b>	<b>Contribuição</b>
Tempo de carregamento	Normalmente o tempo de serviço é fixo na entrega e origem. Isso faz com que o cálculo de tempo das rotas e a revisão da janela de tempo se tornem mais simples pois é preciso somente propagar os tempos a partir do ponto de alteração.	Uma vez que o carregamento tridimensional é mais trabalhoso, é razoável que o tempo de carregamento seja proporcional a quantidade de itens embarcada. Neste trabalho o cálculo do tempo de serviço (carregamento e descarregamento) é composto por um tempo fixo acrescido de um tempo variável, por localidade (depósito/cliente).
Movimentos com manutenção da orientação	Os movimentos de melhoria local através da busca em vizinhança criada por operadores com k-opt, CROSS, Relocate etc buscam manter a sequência das entregas e ganhar eficiência computacional, facilitando os cálculos.	A variabilidade introduzida pelo movimento intensivo de trocas (Intensive Swap) para justamente aproveitar de alternativas de arranjo significam que os movimentos não respeitam sequências de entrega previamente criada nas soluções anteriores. Esta busca mais ampla é dispendiosa porém se mostrou adequada ao 3L-FSMVRPTW.
Variabilidade de produtos	Os modelos tradicionais normalmente consideram que o veículo comporta as quantidades lineares (peso ou volume) dos produtos e que portanto todos os itens são iguais. Com isso pode-se supor que as rotas serão formadas por clientes próximos entre si. Desta forma, utiliza-se técnicas de limitação de vizinhança (por uma fração da distância máxima, ou ângulo).	Visto que as dimensões dos produtos que seguem para um cliente podem não combinar, do ponto de vista de arranjo de carga, com o pedido do seu vizinho mais próximo, devem ser testadas rotas que geograficamente podem parecer inviáveis para um VRP tradicional. Isso foi obtido com o tipo de vizinhança gerada pelo operador IntensiveSwap.
Múltiplas entregas no mesmo cliente	Modelos que permitem que mais de uma entrega seja feita no mesmo cliente têm pouca aderência prática no caso de cargas tridimensionais, tendo em vista o tempo e o custo de carregamento / descarregamento.	A fase de construção do algoritmo proposto contém adaptação das fórmulas de inserção da literatura para inicialmente prevenir que sejam feitas múltiplas entregas no cliente.
Frota heterogênea	Os algoritmos disponíveis trabalham com frota homogênea para o problema composto. Na prática contudo é raro o caso do sistema de transporte utilizar-se do mesmo tipo de veículo para todas as entregas.	O algoritmo de carregamento foi desenhado de modo genérico, independente do perfil da frota. A taxa de ocupação proposta permite avaliar a carga em cada tipo de veículo de modo a validar a oportunidade de inclusão de novos pedidos na rota de entrega. Com isso a seleção de veículos distintos numa frota heterogênea é natural para o algoritmo.
Taxa de utilização como medida de eficiência	Praticamente todos os estudos sobre carregamento medem a relação entre o volume carregado e a capacidade do contêiner, sem levar em conta, nesta medida a forma como a carga é disposta.	A taxa de utilização dada pelo volume linear sobre capacidade volumétrica do contêiner não dá nenhuma referência sobre a adaptação desta carga. Para isso, foi proposta a medida da taxa de ocupação que avalia qualitativamente a acomodação tridimensional da carga no contêiner. Para o problema integrado, a boa acomodação significa uma boa compactação da carga e, quando possível, deixando espaço para uma nova entrega seja agregada na mesma rota/veículo.

**Tabela 29: resumo das contribuições deste trabalho**

## 7.2 Trabalhos Futuros

Como observado nas conclusões os resultados foram satisfatórios para o problema de frota homogênea e janela de tempo, quando comparado com outros algoritmos. Ainda, contudo, alguns aspectos não foram contemplados neste trabalho e que podem merecer atenção de futuros estudos:

- **Diversificação de busca:** como neste trabalho somente foi utilizado busca local, uma alternativa de melhoria dos resultados poderia ser a aplicação de diversificação nas buscas, como utilizado em meta heurísticas, ou ainda a criação de soluções iniciais distintas para a aplicação da busca local, como em métodos de multi-partida (*multi-start*);
- **Fragilidade:** pode-se incluir uma restrição de empilhamento por fragilidade dos materiais nas unidades de embarque. Pode-se calcular exatamente a pressão exercida no empilhamento, como alguns trabalhos já o fazem, ou um critério de ordem onde unidades de embarque mais frágeis não comportem as menos frágeis;
- **Balanceamento de carga:** se na instância em análise a densidade das unidades de embarque variar significativamente, então se pode contemplar no algoritmo de carregamento de contêiner um tratamento para distribuição do peso ao longo do veículo e com isso melhorar sua dirigibilidade do veículo no decorrer das entregas.

## 8 REFERÊNCIAS

ADENSO-DÍAZ, B.; GONZÁLEZ, M.; GARCIA, E. **A Hierarchical Approach to Managing Dairy Routing**, Interfaces, v. 28, p. 21-31, 1998

ARAUJO, O. C. B. **Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integração com roteamento de veículos**. 2006. 185p. Tese (Doutorado), Unicamp, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Campinas. 2006.

ARAUJO, O.C.B. ; ARMENTANO V. **A multi-start random constructive heuristic for container loading**. Pesquisa Operacional. (no prelo). 2006.

BAKER, E.K.,J.R. SCHAFFER **Solution improvement heuristics for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints**. Amer. J. Math. Management Sci. v 41, p 261-300. 1986.

BEASLEY, J. **An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure**. Operational Research. v 33, p 49-64. 1985.

BELFIORE, P. P. **Scatter search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas**. 2006. Tese (Doutorado), USP, Escola Politécnica, São Paulo. 2006.

BISCHOFF, E. E., JANETZ, F. E RATCLIFF, M. S. W. **Loading Pallets with Non-Identical Items**. European Journal of Operational Research, v84, p. 681-692. 1995

BISCHOFF, E.; MARRIOTT, M. D. **A comparative evaluation of heuristics for container loading**. European Journal of Operational Research v 44, p 267-276. 1990.

BISCHOFF, E.; RATCLIFF, M. **Loading multiple pallets**. Journal of the Operational Research Society. v 46, p 1322-1336. 1995.

BRAYSY, O.; GENDREAU, M. **Vehicle routing problem with time windows, Part I: route construction and local search algorithms.** Transportation Science. v 39 (1) p 104-118. 2005.

BRAYSY, O.; HASLE, G. ; DULLAERT, W. **A multi-start search algorithm for the vehicle routing problem with time windows.** European Journal of Operational Research. v 159 p 586-605. 2004.

CAMPOS, D.S. ; YOSHIZAKI, H.T.Y. **Heuristic for the ingrated vehicle routing and container loading problem.** SCMIS 2007 - 5<sup>th</sup> International Conference on Supply Chain Management and Information Systems. Melbourne. 2007.

CECILIO F. O. ; MORÁBITO R. **Refinamentos na heurística de George e Robinson para o problema do carregamento de caixas dentro de contêineres,** Revista Transportes. vol XI n. 2. 2004.

CLARKE, G.; WRIGHT, J.W. **Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points.** Operations Research. v 12, p568-581. 1964.

CHRISTENSEN, S. G. ; ROUSØE D. M. . **Container loading with multi-drop constraints.** 2007. Dissertação (Mestrado), Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, DTU, Richard Petersens Plads, Building 321, DK-2800 Kgs. Lyngby. 2007.

COUNCIL of Supply Chain Management Professionals. <Disponível em: <http://www.cscmp.org>>. Acesso em: 01/06/2007

DAVIES, A. P. ; BISCHOFF, E. E. **Weight Distribution Considerations in Container Loading.** European Journal of Operational Research, v114, p.509-527. 1999.

DANTZIG, G.B.; RAMSER, R.H., **The truck dispatching problem,** Management Science, vol. 6, p 80-91. 1959.

DESROCHERS, M.; VERHOOG, T.W. **A new heuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem** Computers & Operations Research, v.18, n.3, p.263-274. 1991.

DULLAERT, W. ; JANSSENS, G.K. ; SORENSEN, K. ; VERNIMMEN, B. **New heuristics for Fleet Size and Mix Vehicle Routing with Time Windows.** Journal of the Operational Research Society. vol 53, p1232-1238. 2002.

ELEY, M. **Solving container loading problems by block arrangement**, European Journal of Operational Research, v141(2), p393-409. 2002.

FISHER, M.L.; JAIKUMAR, R. **A generalized assignment heuristic for vehicle routing**. Networks, v.11, p.109-124. 1981.

GAREY, M.R. ; JOHNSON, D.S. **Computer and intractability, a guide to the theory of np-completeness**, Freeman, New York, 1979.

GEHRING, H.; BORTFELDT, A. **A Genetic Algorithm for Solving the Container Loading Problem**. International Transactions in Operations Research, v4 (5-6), p 401-418. 1997.

GEHRING, H.; MENSCHNER, K. ; MEYER, M. **A computer-based heuristic for packing pooled shipment containers**. European Journal of Operational Research, v44, p277-288. 1990.

GENDREAU, M. ; HERTZ, A. ; LAPORTE, G. **A new insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem**. Operations Research. v 40. p 1086-1093. 1992.

GENDREAU, M., HERTZ, A. ; LAPORTE, G. **A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem**, Management Science, v 40, p1276-1290. 1994.

GENDREAU, M., IORI, M., LAPORTE, G. E MARTELLO, S. **A Tabu Search Algorithm for a Routing and Container Loading Problem**, Transportation Science v 40, p 342-350. 2006.

GEORGE, J. A. ; ROBINSON, D. F. **A heuristic for packing boxes into a container** Computers & Operations Research, v 7 (3), p 147-156. 1980.

GILLET, B.L.; MILLER, L. **A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem**. Operations Research, v.22, n.4, p340-349. 1974.

GOLDEN, B.; A. ASSAD; L. LEVY, ; E. GHEYSENS **The fleet size and mix vehicle routing problem**. Comps. & Opns. Res., v11, p49-66. 1984.

HADJICONSTANTINO, E., CHRISTOFIDES N. E MINGOZZI A. , **A new exact algorithm for the vehicle routing problem based on q-path and k-shortest paths relaxations.** Annals of Operations Research, v61,p 21-43, 1995.

HAESSLER, R. ; F. TALBOT **Load planning for shipments of low density products.** European Journal of Operational Research v44, 289-299. 1990.

IORI, M.; GONZALEZ, J.J.S. ; VIGO, D. **An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints.** Transportation Science, v 41, n 2, p 253-264. 2007.

IVANCIC, N.; MATHUR K., ; MOHANTY B. B. **An integer programming based heuristic approach to the three-dimensional packing problem.** Journal of Manufacturing and Operations Management, v2, p. 268-298. 1989.

KOSKOSIDIS, Y. A.; POWELL, W.B.; SOLOMON, M.M. **An optimization-based heuristic for vehicle routing and scheduling with soft time windows constraints.** Transportation Science, v.26, n.2, p.69-85. 1992.

LENSTRA, J. E RINNOY KAN, A. **Complexity of vehicle routing and scheduling problems.** Networks, v.11, p221-228. 1981.

LIM, A. E ZHANG, X. **The container loading problem,** ACM Symposium on Applied Computing, p. 913-917. 2005

LIMA, M.P. **Custos logísticos na economia brasileira.** Revista Tecnológica, janeiro/2006 p.64-69. 2006.

LIN, S. **Computer solutions of the traveling salesman problem.** Bell System Tech. J. v44 p2245-2269. 1965.

LIU, F.H. AND S.Y. SHEN. **The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows.** Journal of the Operational Research Society. v 50, p721-733. 1999.

LOH, T. H. e NEE, A. Y. C. **A packing algorithm for hexahedral boxes,** Proceedings of the Conference of Industrial Automation, Singapore, pp. 115-126. 1992.

MORABITO, R.; ARENALES, M. **An and/or-graph approach to the container loading problem.** International Transactions in Operations Research, v1(1), p59-73. 1994.

MORABITO R., ARENALES M., **Abordagens para o problema do carregamento de contêineres,** Pesquisa Operacional, v. 17, p. 29-56. 1997.

MOURA, A. OLIVEIRA J F.. **An integrated approach to vehicle routing and container loading problems.** OR-Spectrum (no prelo). 2007.

NGOI, B.K.A.; TAY, M.L. ; CHUA, E.S. **Applying spatial representation techniques to the container packing problem** International Journal of Production Research v32, p111-123. 1994.

NGOI, B.K.A.; WHYBREW, K. **A fast spatial representation method** Journal of International Advance Manufacturing Technology. v8 (2). 1993.

OR, I. **Traveling salesman-type combinatorial problems and their relation to the logistics of regional blood banking.** Ph.D. thesis, Northwestern University, Evanston, IL. 1976.

PISINGER, D. **Heuristics for the container loading problem,** European Journal of Operational Research v141, p143-153. 2002.

POTVIN, J.Y.; ROUSSEAU, J.M. **A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows.** European Journal of Operational Research. v.66, n.3, p.331-340. 1993.

POTVIN, J.Y.; ROUSSEAU, J.M. **An exchange heuristic for routing problems with time windows.** Journal of the Operational Research Society, v.46, n.12, p.1433-1446. 1995.

PROSSER, P.; SHAW P.. **Study of greedy search with multiple improvement heuristics for vehicle routing problems.** Working paper, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland. 1996.

RENAUD, J.; BOCTOR, F.F. **A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem,** European Journal of Operational Research. v 140, p618-628. 2003.

RUSSELL, R. A. **Hybrid heuristics for the vehicle routing problem with time windows.** Transportation Science, 29, 156-166. 1995.

SAVELSBERGH, M. W. P. **The vehicle routing problem with time windows: Minimizing route duration.** J. Comput. v4 p146-154.1992.

SOLOMON, M.M. **Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints.** Operations Research, v35 (2) p254-265. 1987.

TAILLARD, É.D. **Parallel iterative search methods for vehicle routing problems.** Networks, v.23, n.8, p 661-673. 1993

TAILLARD, É.D. **A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP.** RAIRO Recherche Opérationnelle, v.33, n.1, p.1-14.1999.

TAILLARD, E. BADEAU, P.; GENDREAU, M. GEURTIN, F. ; POTVIN, J.Y. **A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows,** Transportation Science, v.31, 170-186. 1997

TOTH, P. E VIGO, D. **The Vehicle Routing Problem.** SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphia. 2002

VERWEIJ, A. M. **Multiple destination bin packing.** UU-CS (Ext. r. no. 1996-39). Utrecht, the Netherlands: Utrecht University: Information and Computing Sciences. 1996.

WASSAN, N.A.; OSMAN, I.H. **Tabu search variants for the mix fleet vehicle routing problem.** Journal of the Operational Research Society, v.53, n.7, p.768-782. 2002.

WREN, A.; HOLIDAY, A. **Computer scheduling of vehicle from one or more depots to a number of delivery points.** Operational Research Quartely, v.23, p.333-344. 1972.

WASSAN, N.A.; OSMAN, I.H. **Tabu search variants for the mix fleet vehicle routing problem.** Journal of the Operational Research Society, v.53, n.7, p.768-782. 2002.