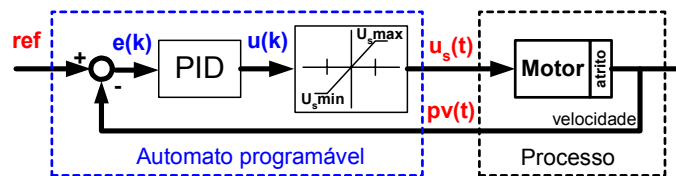


Implementação de um controlador do tipo
Proportional, **I**ntegral e **D**erivativo
 num autómato programável



Aluno: José Lucas Nº 1447/M

Em análise

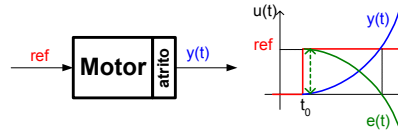
- ✓ Controlo de posição e velocidade de um motor de corrente contínua (DC);
- ✓ Topologia e características de funcionamento de um PID;
- ✓ Como sintonizar os parâmetros de um PID sem ser necessário conhecer o processo;
- ✓ Como implementar este controlador num sistema digital do tipo – autómato programável (PLC);
- ✓ Como resolver o problema associado à saturação do andar de saída do controlador (anti-windup);
- ✓ Exemplo de aplicação: controlo de velocidade de um motor DC com um autómato S7 224 da Siemens.

José Lucas - 2

Controlo de posição de um Motor DC

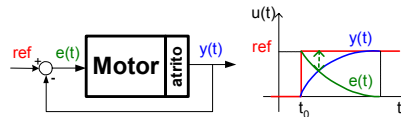
• Em cadeia aberta

- Não é estável;
- O erro cresce quando t cresce;
- Um sistema deste tipo não necessita de energia depois de atingir a posição desejada. Nesta topologia está-se sempre a fornecer energia independentemente da posição.



• Em cadeia fechada

- É estável com erro=0;
- O erro decresce para zero quando t cresce;
- Quando é atingida a posição desejada $e(t)=0$ já não é fornecida energia ao motor;
- O sistema é estável quer a variações da referência, quer a perturbações, por ex: variação do atrito.

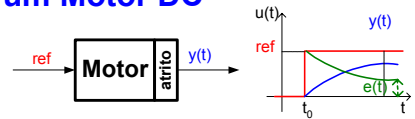


José Lucas - 3

Controlo de velocidade de um Motor DC

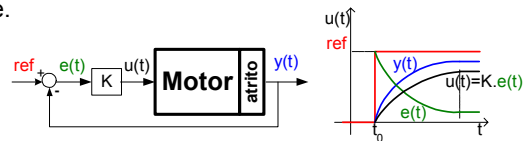
• Em cadeia aberta

- É estável com erro $\ll 0$;
- Tem-se sempre $e(t) > 0$;
- Um sistema deste tipo necessita sempre de energia para manter uma determinada velocidade.



• Em cadeia fechada

- É estável com erro $\ll 0$;
- Tem-se sempre $e(t) > 0$ mesmo para K 's elevados;
- Um sistema deste tipo não pode ser controlado apenas com a realimentação de um ganho;



José Lucas - 4

Modelo geral de um PID

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{d}{dt} e(t) \right)$$

- **K** constante proporcional
- **T_i** Tempo integral
- **T_d** Tempo derivativo

Ou

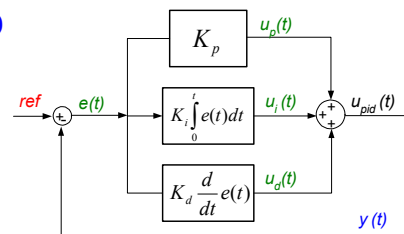
$$u(t) = K e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

- **K_p = K** componente proporcional
- **K_i = K/T_i** componente integral
- **K_d = K.T_d** componente derivativa

José Lucas - 5

Topologia paralela do PID

Esta topologia permite visualizar melhor a contribuição de cada componente do PID



Características do PID

• Controlador P ($K_i = K_d = 0$)

- Usado quando se pode aplicar ganhos elevados ao processo.
- Usado quando não é importante ter-se um pequeno erro
ex: controlo de velocidade do motor.
- Usado quando o sistema tem um unidade de armazenamento de energia. Ex: controlo de posição de um motor.
- Se o sistema for suficientemente rápido não é necessário o modo derivativo.

José Lucas - 6

Características do PID (continuação)

• Controlador PD ($K_i = 0$)

Por derivar o erro o seu efeito é o de antecipar as variações da variável do processo ($p_v(t)$);

- Usado, por exemplo, quando é necessário acompanhar variações bruscas do sinal de referência (seguimento);
- Usado para antecipar as oscilações de sistemas lentos devidas aos elementos de armazenamento de energia.

• Controlador PI ($K_d = 0$)

Este controlador, por integrar o erro, tem em cada instante memorizado o somatório do erro acumulado, i.é., mesmo que num dado instante se tenha:

$$e(t_k) = 0 \quad \text{pode ter-se} \quad u_{PI}(t) = K_i \int_0^{t_k} e(t) dt \neq 0$$

o que permite eliminar o erro (reset).

 José Lucas - 7

Características do PID (continuação)

• Controlador PI (continuação)

Funciona como mais um elemento de energia no processo. É o controlador mais usado na industria:

- Usado onde não é exigido rapidez;
- Usado quando estão presentes grandes perturbações e ruído;
- Usado quando apenas há um elemento de armazenamento de energia no processo;

• Controlador PID

A componente derivativa melhora a estabilidade do sistema e deste modo permite aumentar o ganho proporcional e diminuir o tempo de integração T_i , o que aumenta a rapidez do controlador.

- Usado em sistemas com mais de um elemento de armazenamento de energia.

 José Lucas - 8

Sintonia dos parâmetros de um PID

- São métodos experimentais que permitem identificar algumas características do processo necessárias para o cálculo dos parâmetros do PID.
- Podem ser aplicados quando se conhece o modelo matemático do processo e mesmo quando não se conhece esse modelo.
- Os parâmetros obtidos desta forma são sempre uma primeira sintonia que deve ser afinada posteriormente com um melhor conhecimento do processo.
- Métodos mais usados
 - Ziegler-Nichols
 - Cohen-Coon
 - Chien-Hrones-Reswick

José Lucas - 9

Sintonia dos parâmetros de um PID (continuação)

- **Método de Ziegler-Nichols: em cadeia aberta**

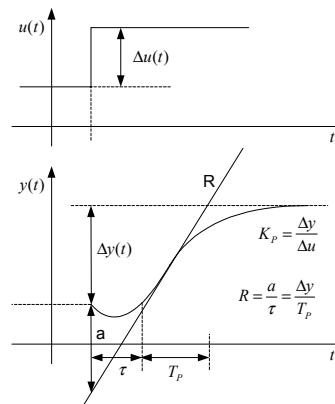
- Optimiza a sintonia dos PID's para reagir a perturbações e não a seguimento.

- Pressupõe que o processo seja estável em cadeia aberta com uma função de transferência do tipo:

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1 + sT_p} e^{-\tau s}$$

- Deve ser aplicado para $0.1 < \tau/T_p < 1$.

Para $\tau/T_p < 0.1$ deve ser usado um controlador de ordem superior. Para $\tau/T_p > 1$ devem ser usados controladores que tenham em conta sistemas com grande atraso.



José Lucas - 10

Sintonia dos parâmetros de um PID (continuação)

- **Método de Ziegler-Nichols: Em cadeia fechada**

- Não pressupõe nenhum modelo do processo;
- Consiste em aumentar o ganho até o sistema entrar em oscilação. Neste ponto mede-se o ganho crítico K_C e o período das oscilações T_C ;
- Deve ser aplicado quando $2 < K_p K_C < 20$ sendo $K_p = \Delta y / \Delta u$.
 - Se $1,5 < K_p K_C < 2$ pode ser usado um controlador PID se as especificações não forem muito exigentes.
 - Se $K_p K_C < 1,5$ pode ser usado um controlador PI se as especificações não forem muito exigentes;

Para intervalos diferentes de $K_p K_C$ recomenda-se:

se $K_p K_C < 2$ deve ser usado outro controlador que tenha em conta atrasos do sistema;
se $K_p K_C > 20$ devem ser usados controladores com algoritmos mais complexos;

José Lucas - 11

Sintonia dos parâmetros de um PID (continuação)

As tabelas abaixo mostram as formulas para o cálculo dos parâmetros do PID de acordo com as recomendações de Ziegler-Nichols para os diferentes métodos de sintonia.

Ziegler-Nichols: cadeia aberta				Ziegler-Nichols: cadeia fechada			
Controlador	K	T_i	T_d	Controlador	K	T_i	T_d
P	1/a	-	-	P	$0.5 K_C$	-	-
PI	$0.9/a$	3τ	-	PI	$0.45 K_C$	$0.833 T_C$	-
PID paralelo	$1.2/a$	2τ	$\tau/2$	PID paralelo	$0.6 K_C$	$0.5 T_C$	$0.125 T_C$
PID Serie	$0.6/a$	τ	τ	PID Serie	$0.6 K_C$	$6 / T_C$	$1 / T_C$

O PID Série é o caso em que o termo diferencial está em série com termo integral, i.é., o termo diferencial é também integrado. É aqui apresentado apenas como informação.

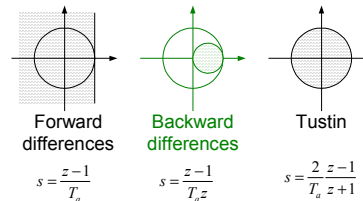
José Lucas - 12

Como implementar um PID num sistema digital

- Projectando de raiz o controlador em termos discretos;
- Usando técnicas de discretização do modelo contínuo desses controladores:
este método permite tirar partido de todo o conhecimento já adquirido dos modelos contínuos nomeadamente do PID e dos seus parâmetros obtidos por sintonia.

Métodos de discretização:

- *backward difference equation*
- Euler (*forward difference equation*)
- Tustin (*bilinear transformation*)



A figura ilustra, para cada um dos métodos, o mapeamento da região de estabilidade no plano contínuo, SPCE, no plano discreto, plano-z.

José Lucas - 13

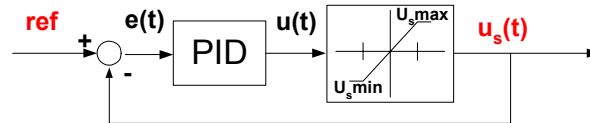
Como implementar um PID num sistema digital (cont.)

- **Método *backward differential equation***
 - Neste método, considera-se $\frac{d}{dt}x(k) \cong \frac{x(k) - x(k-1)}{T_a}$ em que T_a é o período de amostragem.
 - Esta aproximação é válida para frequências baixas pois como se pode ver na figura, o círculo transformado afasta-se do círculo unitário quando a frequência aumenta;
 - Aplicando esta aproximação à equação do PID, e alguma manipulação algébrica, obtém-se:

$$u(k) = u(k-1) + K \left[\left(1 + \frac{T_a}{T_I} + \frac{T_D}{T_a} \right) e(k) + \left(1 + 2 \frac{T_D}{T_a} \right) e(k-1) + \frac{T_D}{T_a} e(k-2) \right]$$

José Lucas - 14

Saturação do andar de saída do controlador (windup)



• Problemas

- Degrada a performance do PID devido ao termo integral permitir $|u(t)| \gg U_{\max}$ o que torna o retorno a $|u(t)| \leq U_{\max}$ mais demorado;
- Em computação digital pode conduzir a problemas de *overflow* da saída $u(t)$;
- Resolver o problema alterando o controlador perde-se a simplicidade inerente aos PID's;

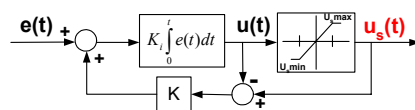
José Lucas - 15

Saturação do andar de saída do controlador (windup)

• Soluções

- Faz-se a sintonia do PID sem ter em conta a saturação e depois aplica-se um compensador (*anti-windup*) para não degradar a performance do PID:
- Dois tipos de compensador:
 - Integração condicional** – em determinadas condições o valor do termo integral não é alterado;
 - back-calculation** – a diferença entre a entrada e a saída da saturação é realimentada para o termo integral.

Exemplo PI contínuo



Exemplo PI Discreto

$$u_{k+1} = u_k + T_a K_i e_k;$$

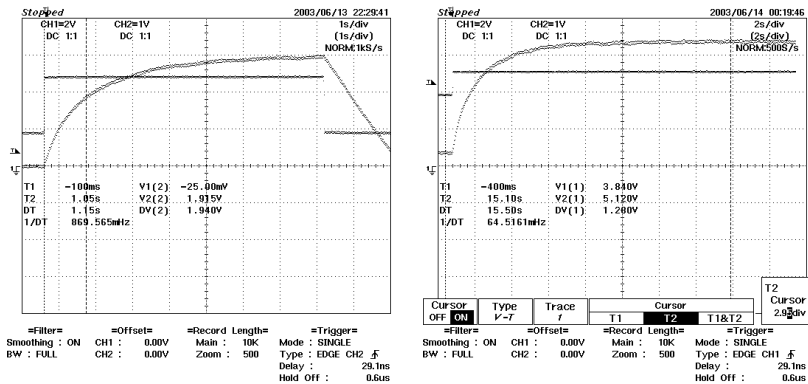
$$\text{Se } (u_{k+1} > u_{\max}) \quad u_{k+1} = u_{\max};$$

$$\text{Se } (u_{k+1} < u_{\min}) \quad u_{k+1} = u_{\min};$$

José Lucas - 16

Exemplo de aplicação: controlo de velocidade de um motor DC com um autómato S7 224 da Siemens.

- Sintonia de T_p e $\Delta y / \Delta u$



José Lucas - 19

Exemplo de aplicação: controlo de velocidade de um motor DC com um autómato S7 224 da Siemens.

- Cálculo dos parâmetros do PID

	Valores	
	Medidos	Usados
τ (ms)	0,00908	0,0908
T_p (s)	1,14	1,14
Δy (V)	2,98	2,98
Δu (V)	1,28	1,28
a	0,023716299	0,23716299

Ziegler-Nichols: cadeia aberta			
Controlador	K	Ti	Td
P	4,21650948	-	-
PI	0,21344669	0,2724	-
PID Paral.	0,28459559	0,1816	0,0454
PID Série	2,52990569	0,0908	0,0908

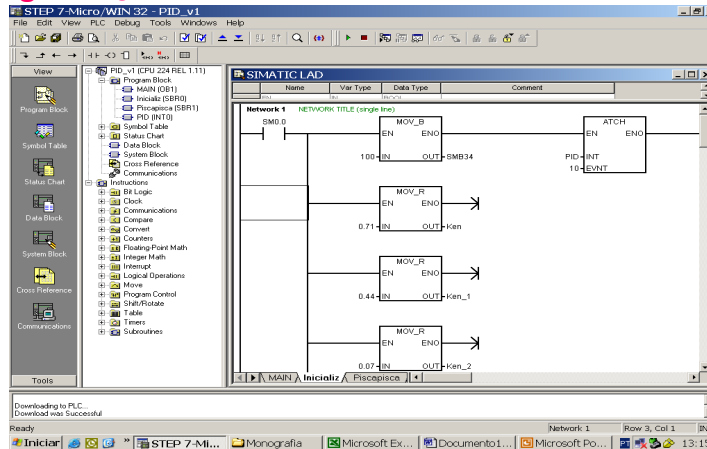
- Cálculo das constantes auxiliares

Constantes auxiliares PID Paralelo	
Ta	0,2
Kerr = $K(1+Ta/Ti + TD/Ta)$	0,66263
Kerr_1 = $K(1+ 2TD/Ta)$	0,413802
Kerr_2 = KTD/Ta	0,064603

José Lucas - 20

Exemplo de aplicação: controlo de velocidade de um motor DC com um autómato S7 224 da Siemens.

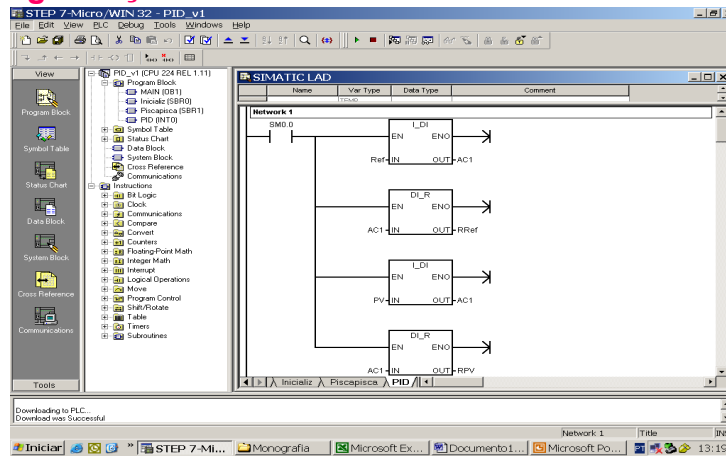
• **Programação - constantes**



José Lucas - 21

Exemplo de aplicação: controlo de velocidade de um motor DC com um autómato S7 224 da Siemens.

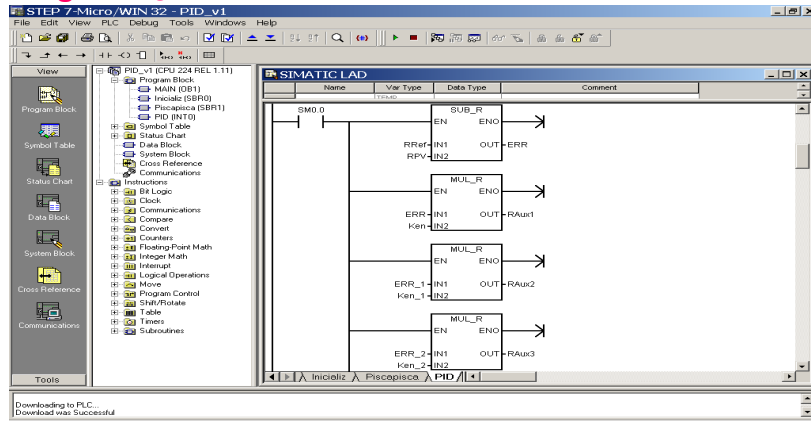
• **Programação - conversão de dados**



José Lucas - 22

Exemplo de aplicação: controle de velocidade de um motor DC com um autômato S7 224 da Siemens.

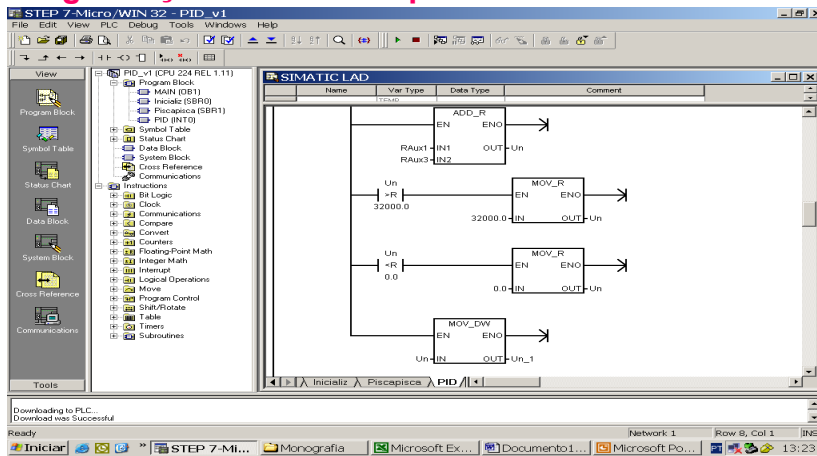
• **Programação – termos do PID**



José Lucas - 23

Exemplo de aplicação: controle de velocidade de um motor DC com um autômato S7 224 da Siemens.

• **Programação – anti-windup**



José Lucas - 24

Bibliografia

- Digital Control of Dynamic Systems
Franklin, Powell, Workman
Adison Wesley
- PID controllers: theory, design and Tuning
K. Aström
ISA Press
- Computer Control: An Overview
B. Wittenmark, K. Aström, Arzén
IFAC Professional Brief
- Modified anti-windup scheme for PID controllers
A. Visioli
IEE Proceedings online no. 20030142
- Manual de referência do autómato S7 200 da Siemens