

Engrenagens IV

*P*ara grandes problemas, grandes soluções.

Por exemplo: qual a saída para o setor de projeto e construção de uma empresa em que o setor de usinagem necessita fazer a manutenção de uma máquina importada, cujo reparo exige a compra de uma engrenagem que não está disponível no mercado.

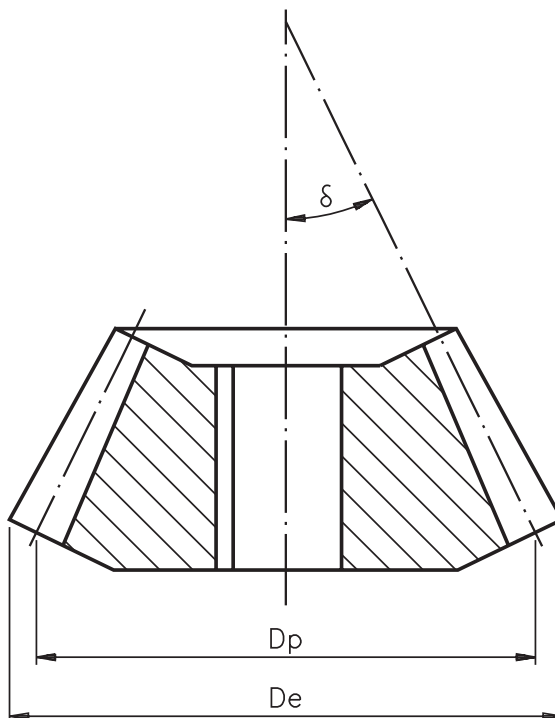
A saída é construir a peça.

Nesta aula você conhecerá os cálculos para a construção de engrenagens cônicas.

Introdução

Cálculo para engrenagem cônica

Numa engrenagem cônica, o diâmetro externo (D_e) pode ser medido, o número de dentes (Z) pode ser contado e o ângulo primitivo (δ) pode ser calculado. Na figura a seguir podemos ver a posição dessas cotas.



O diâmetro externo (D_e) é dado pelo fórmula $D_e = D_p + 2 \cdot M \cdot \cos \delta$, onde D_p é o diâmetro primitivo e M é o módulo.

O diâmetro primitivo (D_p) é dado por

$$D_p = M \cdot Z$$

onde:

Z é o número de dentes

O ângulo δ é dado pela fórmula

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{Z}{Z_a}$$

onde:

Z é o número de dentes da engrenagem que será construída;

Z_a é o número de dentes da engrenagem que será acoplada.

A partir dessas três fórmulas, podemos deduzir a fórmula do módulo (M) e encontrar o seu valor.

Assim,

$$D_e = D_p + 2 \cdot M \cdot \cos \delta \quad (A)$$

Como $D_p = M \cdot Z$, podemos substituir na fórmula (A)

$$\text{Logo } D_e = M \cdot Z + 2M \cdot \cos \delta$$

Reescrevendo, temos:

$$D_e = M (Z + 2 \cdot \cos \delta) \quad (B)$$

Isolando o módulo, temos:

$$M = \frac{D_e}{Z + 2 \cos \delta} \quad (C)$$

Vamos, então, calcular o módulo da engrenagem, sabendo que:

$$D_e = 63,88 \text{ mm (medido)}$$

$$Z = 30 \text{ (da engrenagem que será construída)}$$

$$Z_a = 120 \text{ (da engrenagem que será acoplada)}$$

É necessário calcular primeiro o ângulo primitivo (δ) da engrenagem que será construída.

$$\text{Assim, } \operatorname{tg} \delta = \frac{Z}{Z_a}$$

Substituindo os valores na fórmula, temos:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{30}{120}$$

$$\operatorname{tg} \delta = 0,25$$

Utilizando a calculadora, encontraremos o ângulo aproximado.

$$\delta = 14^{\circ}2'$$

Agora podemos calcular o módulo, aplicando a fórmula (C):

$$M = \frac{D_e}{Z + 2 \cdot \cos \delta}$$

Substituindo os valores, temos:

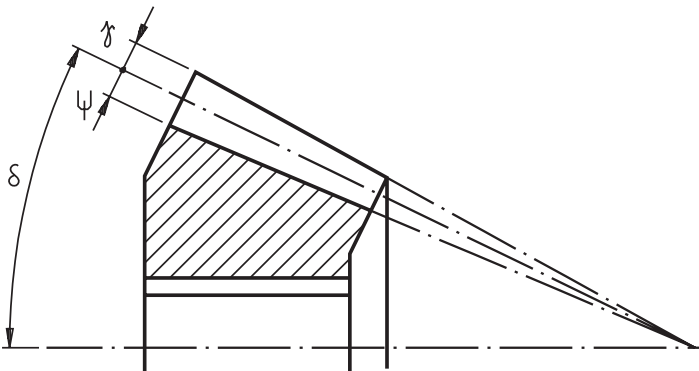
$$M = \frac{63,88}{30 + 2 \cdot \cos 14^{\circ}2'}$$

$$M = \frac{63,88}{30 + 1,94}$$

$$M = \frac{63,88}{31,94}$$

$$M = 2$$

Vamos definir, agora, os ângulos da cabeça e do pé do dente.



γ - ângulo da cabeça do dente

ψ - ângulo do pé do dente

δ - ângulo primitivo

Os ângulos do dente são calculados pelas fórmulas

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \cdot \operatorname{sen} \delta}{Z} \quad (\text{D})$$

para o ângulo de pressão $\alpha = 14^{\circ}30'$ ou 15° ,

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2,33 \cdot \operatorname{sen} \delta}{Z} \quad (\text{E})$$

para o ângulo de pressão $\alpha = 20^{\circ}$,

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2,50 \cdot \operatorname{sen} \delta}{Z}$$

Podemos, então, calcular os ângulos:

γ – ângulo da cabeça do dente

ψ – ângulo do pé do dente

Dados:

δ – ângulo primitivo ($14^{\circ}2'$)

$Z = 30$

$\alpha = 14^{\circ}30'$ (ângulo de pressão)

Aplicando a fórmula (D) abaixo:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \cdot \operatorname{sen} \delta}{Z}$$

Substituindo os valores na fórmula:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \cdot \operatorname{sen} 14^{\circ}2'}{30} \quad (\text{o seno de } 14^{\circ}2' \text{ é obtido na calculadora})$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \cdot 0,24248}{30}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{0,48496}{30}$$

$\operatorname{tg} \gamma = 0,01616$ (com a calculadora acha-se o ângulo aproximado)

$\gamma = 56'$

Portanto, o ângulo da cabeça do dente $\gamma = 56'$

O ângulo do pé do dente (ψ) é calculado aplicando a fórmula (E)

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2,33 \cdot \operatorname{sen} \delta}{Z}$$

Substituindo os valores, temos:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2,33 \cdot \operatorname{sen} 14^{\circ} 2' }{30}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2,33 \cdot 0,24248}{30}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{0,56498}{30}$$

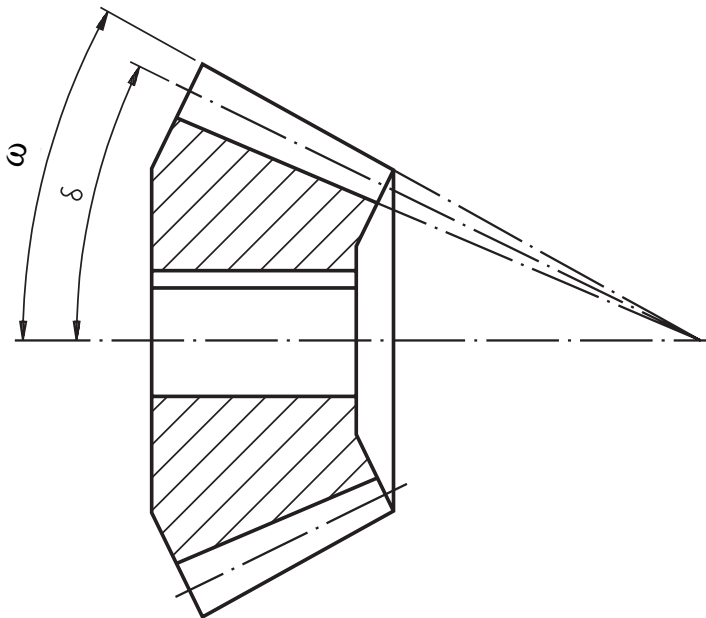
$\operatorname{tg} \psi = 0,01883$ (novamente, com a calculadora, obtém-se o ângulo aproximado)

$$\psi = 1^{\circ} 5'$$

Assim, o ângulo do pé do dente ψ é $1^{\circ} 5'$.

Mais dois ângulos são necessários para a construção da engrenagem cônica.

Um deles é o ângulo (ω), que será utilizado para o torneamento da superfície cônica do material da engrenagem.



O ângulo ω é o ângulo de inclinação do carro superior do torno para realizar o torneamento cônico do material.

O ângulo (ω) é igual à soma do ângulo primitivo (δ) mais o ângulo da cabeça do dente (γ).

$$\text{Logo, } \omega = \delta + \gamma$$

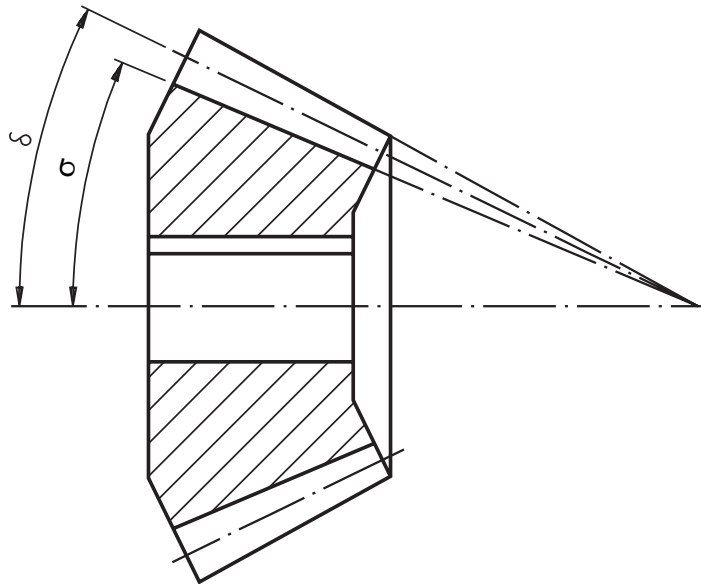
Substituindo os valores na fórmula, temos:

$$\omega = 14^{\circ}2' + 56'$$

$$\omega = 14^{\circ}58'$$

Portanto, o ângulo ω é: $14^{\circ}58'$

O outro ângulo (σ) é o ângulo em que o fresador deve inclinar o cabeçote divisor para fresar a engrenagem cônica.



O ângulo (σ) é igual ao ângulo primitivo (δ) menos o ângulo do pé do dente (ψ).

$$\text{Assim, } \sigma = \delta - \psi$$

Substituindo os valores na fórmula, temos:

$$\sigma = 14^{\circ}2' - 1^{\circ}5'$$

$$\sigma = 12^{\circ}57'$$

Está faltando ainda calcular a altura total do dente (h).

$$h = a + b$$

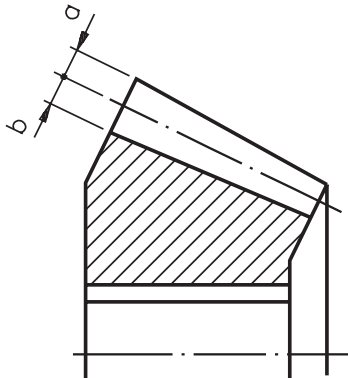
onde: a = altura da cabeça do dente

$$a = M$$

b = altura do pé do dente

$$b = 1,25 \cdot M \text{ (para ângulo de pressão } \alpha = 20^\circ)$$

$$b = 1,17 \cdot M \text{ (para ângulo de pressão } \alpha = 14^\circ 30' \text{ ou } 15^\circ)$$



Como $M = 2$

então, $a = 2 \text{ mm}$
 $b = 1,17 \cdot 2$

Logo, $b = 2,34 \text{ mm}$

Como $h = a + b$

temos: $h = 2 + 2,34$

Portanto, $h = 4,34 \text{ mm}$

Você viu os principais cálculos para construir uma engrenagem cônic.

Para adquirir mais habilidade, faça os exercícios a seguir. Depois confira suas respostas com as do gabarito.

Exercícios

Exercício 1

Calcular as dimensões para construir uma engrenagem cônica de módulo 2, número de dentes $Z = 120$, número de dentes da engrenagem que será acoplada $Z_a = 30$, ângulo de pressão $\alpha = 14^\circ 30'$ e ângulo dos eixos a 90° .

$$D_p = \dots\dots\dots$$

$$\delta = \dots\dots\dots$$

$$D_e = \dots\dots\dots$$

$$a = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots$$

$$h = \dots\dots\dots$$

$$\gamma = \dots\dots\dots$$

$$\psi = \dots\dots\dots$$

$$\omega = \dots\dots\dots$$

$$\sigma = \dots\dots\dots$$

Exercício 2

Calcular as dimensões de uma engrenagem cônica, módulo 4, com eixos a 90° , com número de dentes $Z = 54$, número de dentes da engrenagem que será acoplada $Z_a = 18$ e ângulo de pressão $\alpha = 14^\circ 30'$.

$$D_p = \dots\dots\dots$$

$$\delta = \dots\dots\dots$$

$$D_e = \dots\dots\dots$$

$$\gamma = \dots\dots\dots$$

$$\psi = \dots\dots\dots$$

$$\omega = \dots\dots\dots$$

$$\sigma = \dots\dots\dots$$

$$a = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots$$

$$h = \dots\dots\dots$$