AULA

34

Engrenagens III

Introdução

A máquina de uma empresa se quebrou. O mecânico de manutenção foi chamado. Depois de desmontá-la, identificou o defeito: a engrenagem helicoidal estava quebrada. O mecânico comunicou o defeito ao supervisor, que determinou que ele fizesse uma nova engrenagem.

Acontece que o mecânico não sabia calcular as dimensões da nova engrenagem. E agora?

E se você estivesse no lugar do mecânico, saberia calcular as dimensões da engrenagem?

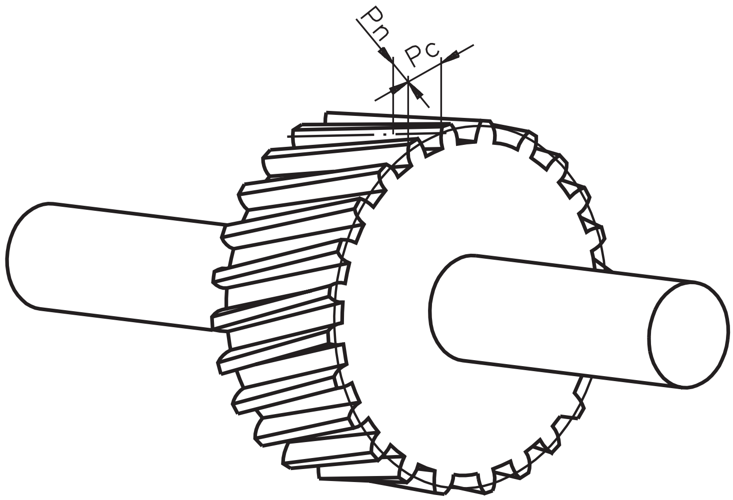
É justamente esse o assunto da nossa aula. Vamos ver como se calcula as dimensões de engrenagem helicoidal.

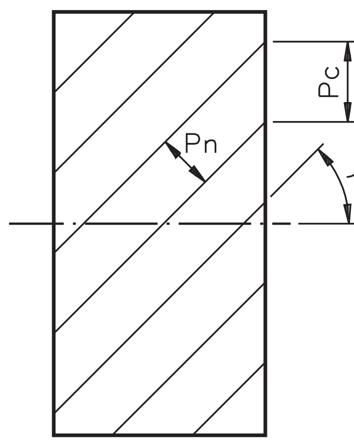
Conceituação

Engrenagens com dentes helicoidais são usadas em sistemas mecânicos, como caixas de câmbio e redutores de velocidade, que exigem alta velocidade e baixo ruído.

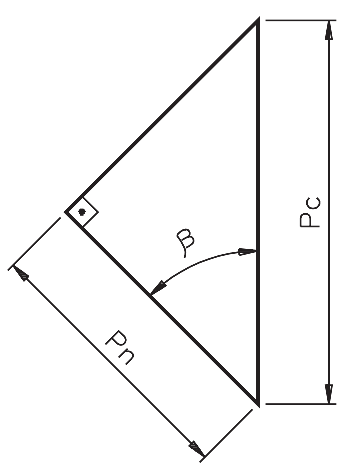
Características e cálculos de engrenagem com dentes helicoidais

Esta engrenagem tem passo normal (Pn) e passo circular (Pc), e a hélice apresenta um ângulo de inclinação (β).





Para identificar a relação entre o passo normal (Pn), o passo circular (Pc) e o ângulo de inclinação da hélice (β), você deve proceder da seguinte forma: retire um triângulo retângulo da última ilustração, conforme segue.



Mn - Módulo normal
Mf - Módulo frontal

Neste triângulo, temos

$$\cos\beta = \frac{Pn}{Pc} \quad (C)$$

Como $Pn = Mn \cdot \pi$ (A)
e $Pc = Mf \cdot \pi$ (B)

substituindo as fórmulas A e B em C, temos:

$$\cos\beta = \frac{Mn \cdot \pi}{Mf \cdot \pi}$$

Simplificando, temos:

$$\cos\beta = \frac{Mn}{Mf}$$

Assim, $Mn = Mf \cdot \cos\beta$

ou $Mf = \dfrac{Mn}{\cos\beta}$

O diâmetro primitivo (Dp) da engrenagem helicoidal é calculado pela divisão do comprimento da circunferência primitiva por π (3, 14).

O comprimento da circunferência primitiva (Cp) é igual ao número de dentes (Z) multiplicado pelo passo circular (Pc).

Assim, $Cp = Z \cdot Pc$

Logo, o diâmetro primitivo é dado por $Dp = \dfrac{Cp}{\pi}$

Como $Cp = Z \cdot Pc$

podemos escrever $DP = \dfrac{Z \cdot Pc}{\pi}$

Como $Pc = Mf \cdot \pi$

temos $DP = \dfrac{Z \cdot Mf \cdot \pi}{\pi}$

Simplificando, temos:
$Dp = Z \cdot Mf$ ou

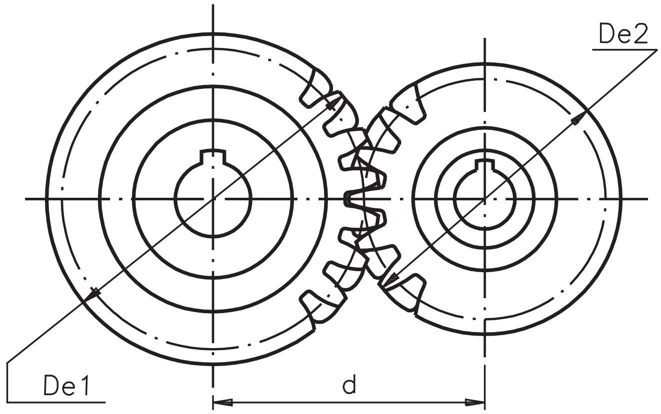
$Dp = Mf \cdot Z$

Como $Mf = \dfrac{Mn}{\cos\beta}$

podemos escrever $Dp = \dfrac{Mn \cdot Z}{\cos\beta}$

O diâmetro externo (De) é calculado somando o diâmetro primitivo a dois módulos normais.

Assim, $De = Dp + 2 \cdot Mn$



Agora que já vimos algumas fórmulas da engrenagem helicoidal, podemos auxiliar o mecânico da oficina de manutenção. Ele mediu o diâmetro externo das duas engrenagens (De1 e De2) e a distância entre os seus centros (d). Depois contou o número de dentes (Z1 e Z2) das duas engrenagens. Com esses dados vamos calcular o módulo normal (Mn) da engrenagem quebrada.

O módulo normal (Mn) pode ser deduzido das fórmulas a seguir:

$$d = \frac{Dp1 + Dp2}{2} \quad \text{e} \quad De = Dp + 2Mn$$

Como $\quad De = Dp + 2Mn$

temos $\quad Dp = De - 2Mn$

Substituindo Dp em $d = \dfrac{Dp1 + Dp2}{2}$

temos: $d = \dfrac{(De1 - 2Mn) + (De2 - Mn)}{2}$

Isolando o módulo normal Mn, temos:

$$2d = De1 - 2Mn + De2 - 2Mn$$

$$2d = De1 + De2 - 4Mn$$

$$4Mn = De1 + De2 - 2d$$

$$Mn = \frac{De1 + De2 - 2d}{4} \quad \text{(D)}$$

Com essa fórmula podemos calcular o módulo normal. Os valores de De1 (diâmetro externo da engrenagem 1), De2 (diâmetro externo da engrenagem 2) e d (distância entre os centros) podem ser medidos.

Assim,
De1 = 125,26 mm
De2 = 206,54 mm
d = 160,4 mm

Substituindo os valores de De1, De2 e d na fórmula (D), temos:

$$Mn = \frac{125,26 + 206,54 - 2 \cdot 160,4}{4}$$

$$Mn = \frac{331,8 - 320,8}{4}$$

$$Mn = \frac{11}{4}$$

Mn = 2,75

Conhecendo o módulo normal (Mn) e o número de dentes Z = 28 da engrenagem quebrada e o diâmetro externo (De1 = 125,26 mm), podemos calcular o diâmetro primitivo (Dp1) e o ângulo de inclinação da hélice (β).

Vimos que De = Dp + 2Mn

Isolando Dp, temos Dp = De – 2Mn

Substituindo os valores De1 = 125,26 mm, Mn = 2,75, da engrenagem quebrada, temos:
Dp1 = 125,26 – 2 · 2,75
Dp1 = 125,26 – 5,5
Dp1 = 119,76 mm

O ângulo da inclinação da hélice (β) pode ser encontrado a partir da fórmula

$$Dp = \frac{Mn \cdot Z}{\cos\beta} \quad \text{(já conhecida)}$$

Isolando cos β, temos $\cos\beta = \dfrac{Mn \cdot Z}{Dp}$

Substituindo os valores na fórmula, temos

$$\cos\beta = \frac{2,75 \cdot 28}{119,76}$$

$$\cos\beta = \frac{77}{119,76}$$

cos β = 0,64295.

Procurando na tabela o ângulo correspondente a este valor, temos β = 50º.

Portanto, o ângulo de inclinação da hélice da engrenagem tem 50º.

Exercícios

Tente você também, fazendo os exercícios a seguir.

Exercício 1

Calcular o módulo normal (Mn), o diâmetro primitivo (Dp) e o ângulo de inclinação da hélice (β) de uma engrenagem helicoidal, sabendo que o diâmetro externo medido é De1 = 206,54 mm e tem 56 dentes, o diâmetro externo da engrenagem acoplada é De2 = 125,26 mm e a distância entre os centros é d = 160,4 mm.

Fórmulas:

$$Mn = \frac{De1 + De2 - 2d}{4}$$

$$Mn = \frac{206{,}54 + 125{,}26 - 2 \cdot 160{,}4}{4}$$

Mn = ?

$Dp = De1 - 2 \cdot Mn$

$Dp = 206{,}54 - 2 \cdot Mn$

Dp = ?

$$\cos\beta = \frac{Mn \cdot Z}{Dp}$$

β = ?

Exercício 2

Calcular o módulo frontal (Mf), o passo normal (Pn) e o passo circular (Pc) da engrenagem do exercício anterior.

Fórmulas conhecidas:

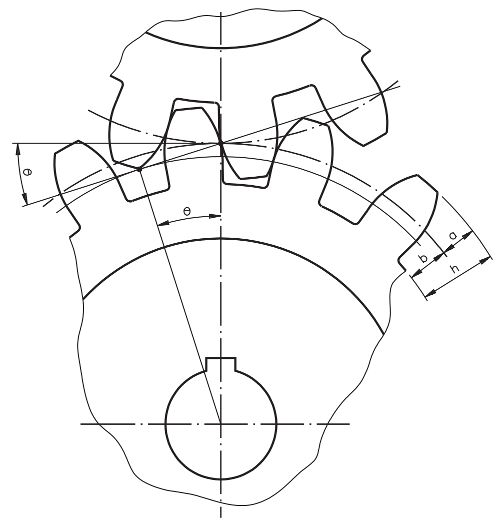
$$Mf = \frac{Mn}{\cos\beta}$$

$Pn = Mn \cdot \pi$

$$Pc = \frac{Pn}{\cos\beta} = Mf \cdot \pi$$

Cálculo da altura do pé do dente (b)

A altura do pé do dente (b) depende do ângulo de pressão (θ) da engrenagem. Veja, a seguir, a localização do ângulo de pressão θ.



Os ângulos de pressão mais comuns usados na construção de engrenagens são: 14º30', 15º e 20º.

Para θ = 14º30' e 15º, usa-se a fórmula b = 1,17 · Mn
Para θ = 20º, usa-se b = 1,25 · Mn

EXEMPLO 1

Calcular a altura do pé do dente (b) para a engrenagem helicoidal de módulo normal Mn = 2,75 e ângulo de pressão θ = 15º.

Utilizando:

b = 1,17 · Mn e substituindo os valores, temos:

b = 1,17 · 2,75

b = 3,21 mm

Cálculo do diâmetro interno (Di)

Di = Dp – 2b

ou

Di = Dp – 2,50 . Mn (para θ = 20º)

e

Di = Dp – 2,34 · Mn (para θ = 14º30' ou 15º)

EXEMPLO 2

Calcular o diâmetro interno (Di) para a engrenagem helicoidal de módulo normal Mn = 2,75, diâmetro primitivo Dp = 201,04 mm e ângulo de pressão $\theta = 14^{\circ}30'$.

Fórmula:

$Di = Dp - 2,34 \cdot Mn$

Substituindo os valores na fórmula, temos:

$Di = 201,04 - 2,34 \cdot 2,75$
$Di = 201,04 - 6,43$
$Di = 194,61$ mm

Cálculo da altura total do dente (h)

$h = a + b$

onde:

a = altura da cabeça do dente ($a = 1 \cdot Mn$)

b = altura do pé do dente

Para ângulo de pressão $\theta = 20^{\circ}$, temos:
$h = 1 \cdot Mn + 1,25 \cdot Mn$
$h = 2,25 \cdot Mn$

E para ângulo de pressão $\theta = 14^{\circ}30'$ e 15°, temos:
$h = 1 \cdot Mn + 1,17 \cdot Mn$
$h = 2,17 \cdot Mn$

EXEMPLO 3

Calcular a altura total do dente (h) de uma engrenagem helicoidal de módulo normal Mn = 2,75 e ângulo de pressão $\theta = 20^{\circ}$.

Fórmula:

$h = 2,25 \cdot Mn$

Substituindo o valor de Mn, temos:

$h = 2,25 \cdot 2,75$
$h = 6,18$ mm

Tente você também, fazendo os exercícios a seguir.

Exercícios

Exercício 3

Calcular uma engrenagem helicoidal com 32 dentes, Mn = 3, ângulo de inclinação da hélice $\beta = 19^\circ 30'$ e ângulo de pressão $\theta = 20^\circ$.

a) Mf =

b) Dp =

c) De =

d) Pn =

e) Pc =

f) Di =

g) b =

h) h =

Exercício 4

Calcular uma engrenagem helicoidal com 44 dentes, Mn = 3, ângulo de inclinação da hélice $\beta = 30^\circ$ e ângulo de pressão $\theta = 15^\circ$.

a) Mf =

b) Dp =

c) De =

d) Pn =

e) Pc =

f) Di =

g) b =

h) h =